PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 24. 1. Dezember 1911. 12. Jahrgang.
Redaktionsschluß für No. 25 am 25. November 1911.

INHALT:

Vorträge und Diskussionen von der 83. Naturforscherversammlung zu Karlsruhe:

A. Sommerfeld, Das Plancksche Wirkungsquantum und seine allgemeine Bedeutung für die Molekularphysik. S. 1057.

B. Glatzel, Eine Maschine zur Demonstration von Wechselstromvorgängen. S. 1069.

F. Neesen, Über das Ätherkalorimeter. S. 1073.

K. Scheel u. W. Heuse, Die spezifische Wärme c_p der Luft bei Zimmertemperatur und tiefen Temperaturen. S. 1074.

M. Reinganum, Streuung und photographische Wirkung der α-Strahlen. S. 1076.

W. Hammer, Über eine direkte Messung der Geschwindigkeit von Wasserstoffkanalstrahlen und über die Verwendung derselben zur Bestimmung ihrer spezifischen Ladung. S. 1077.

H. Rubens u. H. v. Wartenberg, Absorption langwelliger Wärmestrahlen in einigen Gasen. S. 1080.

J. Koenigsberger, Physikalische Messungen der chemischen Affinität durch Elektrizitätsleitung und Kanalstrahlen. S. 1084.

Originalmitteilungen:

H. Wilsar, Über den Ursprung der Träger der bewegten und der ruhenden Intensität der Kanalstrahlen. S. 1091.

L. Meitner, Über einige einfache Herstellungsmethoden radioaktiver Zerfallsprodukte. S. 1094.

O. v. Baeyer, O. Hahn u. L. Meitner, Magnetische Spektren der β-Strahlen des Radiums. S. 1099.

A. Eucken, Über die Temperaturabhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit einiger Gase. S. 1101.

A. Bestelmeyer, Berechnung, Herstellung und Messung eines homogenen Magnetfeldes. S. 1107.

K. Bergwitz, Photoelektrische Messungen des Sonnenlichts im Ballon. S. 1111.

Ph. Frank, Über den Zusammenhang von kinetischer Energie und transversaler Masse. S. 1112.

Ph. Frank, Eine neue Ableitung für die Dynamik der Relativtheorie. S. 1114.

S. Pokrowsky, Über das Dopplersche Prinzip. S. 1115.

S. Pokrowsky, Anwendung des Prinzips virtueller Verschiebungen auf die in eine Strahlung versenkten Systeme. S. 1118.

G. Berndt, Luftelektrische Beobachtungen in Argentinien. I. Monat Mai. S. 1125.

K. Vogt, Bestimmung der Umwandlungstemperaturen des Ammoniumnitrats. S. 1129.

L. W. Austin, Hohe Funkenfrequenz in der drahtlosen Telegraphie. S. 1131.

L. W. Austin, Die Messung elektrischer Schwingungen in der Empfangsantenne. S. 1133.

O. Lummer u. E. Waetzmann, Einige Demonstrationsversuche. S. 1135.

J. Koenigsberger, O. Reichenheim u. K. Schilling, Bemerkung zu der Abhandlung von F. Streintz und A. Wellik: Über den Widerstand zwischen Metall und Kristall an ebenen Grenzflächen. S. 1139.

S. Pokrowski, Notiz über die Halbschatteninterferometrie. S. 1142.

Besprechungen:

O. Fischer, Zur Kinematik des Listingschen Gesetzes. S. 1143.

Ed. Donath, Über den Ersatz des Schwefelwasserstoffes in der qualitativen chemischen Analyse. S. 1143.

R. Kremann u. K. Kaas, Anleitung zu den analytisch-chemischen Übungen für Anfänger. S. 1143.

J. Key, Abhandlungen über die Ursache der Gewichtszunahme von Zinn und Blei beim Verkalken. S. 1143.

M. W. Lomonossow, Physikalisch-chemische Abhandlungen. S. 1143.

A. Wurtz, Abhandlung über die Glykole oder zweiatomige Alkohole und über das Äthylenoxyd als Bindeglied zwischen organischer und Mineralchemie. S. 1144.

Personalien. S. 1144.

Gesuche. S. 1144.

VORTRÄGE UND DISKUSSIONEN VON DER 83. NATURFORSCHERVERSAMMLUNG ZU KARLSRUHE.

A. Sommerfeld (München), Das Plancksche Wirkungsquantum und seine allgemeine Bedeutung für die Molekularphysik.

Als der wissenschaftliche Ausschuß unserer Gesellschaft an mich die Aufforderung richtete, dieser Versammlung einen Bericht über die Relativtheorie zu erstatten, erlaubte ich mir dagegen geltend zu machen, daß das Relativitätsprinzip kaum mehr zu den eigentlich aktuellen Fragen der Physik gehöre. Obwohl erst 6 Jahre alt — Einsteins Arbeit erschien 1905 — scheint es schon in den gesicherten Besitz der Physik übergegangen zu sein.

Ganz anders aktuell und problematisch ist die Theorie der Energiequanten oder, wie ich lieber sage, die Theorie des Wirkungsquantums. Hier sind die Grundbegriffe noch im Fluß und die Probleme ungezählt: Planck, der Entdecker der Energieelemente, steht im Begriff, in seinen letzten Publikationen über die Emissionsquanten seine ursprünglichen Anschauungen wesentlich umzubilden. Einstein zog aus der Planckschen Entdeckung die weitgehendsten Folgen — übrigens schon in demselben denkwürdigen Jahre 1905 noch vor der Aufstellung des Relativitätsprinzips — und übertrug das Quantenhafte von dem Emissions- und Absorptionsvorgang auf die Struktur der Lichtenergie im Raume, ohne, wie ich glaube, seinen damaligen Standpunkt heute noch in seiner ganzen Kühnheit aufrechtzuhalten. Nernst, der das Tatsachenmaterial zur Lehre der Energiequanten so erfolgreich erweitert hat, bildet die ursprünglichen Ideen Plancks weiter aus.

Nichts könnte der modernen Physik förderlicher sein, als eine Klärung der Ansichten über diese Fragen. Hier liegt der Schlüssel der

Situation, der Schlüssel nicht nur zur Strahlungstheorie, sondern auch zur molekularen Konstitution der Materie, und zwar liegt er zurzeit noch recht tief versteckt. In einem ersten Teil meines Vortrags möchte ich über die bisherigen Erfolge der Quantentheorie berichten, in einem zweiten Teil eigene an den Begriff des Wirkungsquantums anschließende Überlegungen besprechen, ohne irgendwie im ersten Teil Vollständigkeit anzustreben oder im zweiten Teil dem Umfang des Problems auch nur annähernd gerecht zu werden. Der Umstand, daß ich hierbei auch die Relativtheorie zu streifen haben werde, möge als Beleg dafür dienen, wie sehr diese Theorie die Grundlagen unseres physikalischen Denkens durchsetzt hat.

1. Strahlungstheorie und Statistik.

Der Grundstein zum Aufbau der Quantentheorie war gelegt, als Kirchhoff und Wien das Strahlungsgleichgewicht als thermodynamisches Gleichgewicht erkannten und der im Gleichgewicht befindlichen oder „schwarzen" Strahlung Temperatur und Entropie zuschrieben. Im Anschluß an diese Vorläufer stellte sich Planck das Problem und verfolgte es mit seltenem Zielbewußtsein, die thermodynamische Seite der Strahlung mit ihrem elektrodynamischen Ursprung in Einklang zu bringen. Daß dieses Problem im Grunde nicht lösbar war, d. h. nicht vereinbar mit den gewöhnlichen Methoden der Statistik, ist die neue Erkenntnis, die wir der Planckschen Forschung verdanken.

Als Reagens auf die Strahlung bediente sich Planck eines gewöhnlichen Hertzschen Oszillators, wir können etwas konkreter sagen, eines Elektrons, welches quasielastisch an ein Atom gebunden ist, dem also vermöge dieser Bindung eine bestimmte Schwingungszahl ν zukommt. Genau so wie in der Dispersionstheorie wird dieser Oszillator durch die auffallende Strahlung zu einer bestimmten stationären Schwingung angeregt, welche im Resonanzfalle ein scharf ausgeprägtes Maximum erreicht. Zwischen seiner Energie U und der Energiedichte u der erregenden Strahlung von gleicher Schwingungszahl besteht dann, wie sich durch einfache Resonanzbetrachtungen mit etwas statistischem Einschlag zeigen läßt, die Beziehung:

$$U = \frac{c^3}{8\pi\nu^2} u. \qquad (1)$$

Andererseits kann man die Energie U des Oszillators direkt bestimmen nach statistischen Prinzipien. Ist nämlich der Oszillator Bestandteil eines thermodynamischen Gleichgewichtssystems, und ein solches sollte ja die schwarze Strahlung sein, so kommt auf ihn im Mittel die Energie

$$U = kT. \qquad (2)$$

Man bezeichnet nämlich mit $\frac{k}{2}T$ die Energie eines Freiheitsgrades und hat dem Oszillator vermöge seinem Gehalt an kinetischer und potentieller Energie zwei Freiheitsgrade zuzuschreiben.

Aus (1) und (2) folgt nun sofort das Strahlungsgesetz in der Form:

$$u = 8\pi\left(\frac{\nu}{c}\right)^3 kT. \qquad (3)$$

Dieses Rayleighsche Strahlungsgesetz ist aber nicht nur im Widerspruch mit der Erfahrung — fehlt ihm doch das für jede Temperatur charakteristische Maximum der Strahlung —, sondern auch im Widerspruch mit der Möglichkeit eines thermodynamischen Gleichgewichts. Eine gegebene endliche Strahlungsenergie kann sich überhaupt nicht nach diesem Strahlungsgesetz verteilen, alle Energie würde auf die ultra-ultravioletten Wellenlängen abfließen, für das Wärmespektrum würde gar keine Energie übrig bleiben usf.

Man hat wohl zunächst daran gedacht, diesen Widerspruch heben zu können, indem man erklärte: der Plancksche Oszillator entspricht in seiner weitgehenden Idealisierung zu wenig der wirklichen Konstitution der Moleküle mit ihren komplizierten Eigenschwingungen. Indessen darf sich ein thermodynamischer Widerspruch auch bei einem nur gedachten System nicht ergeben. Zudem haben andere Überlegungen von Jeans, Lorentz, Einstein, die von dem Planckschen Resonator keinen Gebrauch machen, immer wieder zu dem Rayleighschen Gesetz geführt. Die Überzeugung ist jetzt wohl allgemein: jedes konsequent durchgeführte Strahlungsmodell führt auf das unmögliche Verteilungsgesetz (3); mit den gewöhnlichen Methoden geht es nicht, man muß die Grundlagen revolutionieren.

2. Die neue Statistik der Energiequanten.

Da man die elektrodynamischen Prinzipien (Gl. 1) kaum verlassen kann, muß man die Methoden der Statistik verantwortlich machen, und das Prinzip der Gleichverteilung der Energie auf alle Freiheitsgrade (Gl. 2) aufgeben. Um das völlig Neuartige der Planckschen Quantenhypothese an bekannte Gedankengänge anzuschließen, folgen wir einer Darstellung, die Nernst[1]) vor kurzem gegeben hat.

Die Maxwellsche Verteilung der Geschwindigkeit auf die Moleküle eines Gases läßt sich folgendermaßen schreiben:

$$\frac{dN}{N} = Ae^{-\frac{E}{kT}}dE, \quad A = \frac{1}{kT}. \qquad (4)$$

N ist die Gesamtzahl der Moleküle, dN die

Zahl derjenigen Moleküle, deren Energie zwischen E und $E+dE$ liegt. Um möglichst engen Anschluß an den Fall des Oszillators mit seinen zwei Freiheitsgraden zu gewinnen, ist dabei angenommen, daß die Gasmoleküle sich nur mit zwei Freiheitsgraden bewegen, daß wir es also sozusagen mit einem zweidimensionalen einatomigen Gas zu tun haben. Für die mittlere Energie der Moleküle eines solchen Gases folgt dann sofort

$$U = \frac{1}{N}\int_{E=0}^{E=\infty} E\,dN = kT.$$

Das Maxwellsche Gesetz ist also im Einklang mit der Gleichverteilung der Energie und ist historisch und gedanklich seine eigentliche Wurzel.

Wir entgehen aber der Konsequenz der Gleichverteilung, wenn wir mit Planck erklären: wir dürfen nicht mit infinitesimalen Energieelementen dE, sondern nur mit endlichen Energiequanten ε operieren. Indem wir jetzt wieder von N Planckschen Oszillatoren (statt von N-Molekülen eines zweidimensionalen Gases) sprechen, fragen wir uns: wie viele dieser N-Oszillatoren erhalten bei gegebener Gesamtenergie die Energiemengen

$$0\cdot\varepsilon,\quad 1\cdot\varepsilon,\ .\ .\quad n\cdot\varepsilon\ .\ .\ .?$$

Die betreffenden Anzahlen seien

$$N_0\quad N_1\ .\ .\quad N_n\ .\ .$$

In formalem Anschluß an Gl. (4) ersetzen wir dort dE durch ε und lösen die kontinuierliche Maxwellsche Verteilung auf in die folgende Reihe diskontinuierlicher Anzahlbestimmungen:

$$\frac{N_0}{N} = A\,e^{-\frac{0}{kT}\varepsilon},\quad \frac{N_1}{N} = A\,e^{-\frac{\varepsilon}{kT}\varepsilon},\ .\ .\ \frac{N_n}{N} = A\,e^{-\frac{n\varepsilon}{kT}\varepsilon}\ .\ .$$

Dabei ergibt sich leicht (wegen $\Sigma N_n = N$)

$$A_\varepsilon = 1 - e^{-\frac{\varepsilon}{kT}}. \tag{5a}$$

Die mittlere Energie eines Oszillators ergibt sich jetzt zu

$$U = \frac{\Sigma N_n n\varepsilon}{N} = \frac{\varepsilon}{e^{\frac{\varepsilon}{kT}} - 1}. \tag{6}$$

Aus thermodynamischen Gründen (Wiensches Verschiebungsgesetz) muß man die Annahme machen

$$\varepsilon = h\nu, \tag{7}$$

muß also das Energiequantum der Schwingungszahl des Oszillators proportional setzen. Die Gleichverteilung der Energie besteht also nicht mehr; jeder Oszillator erhält vielmehr, je nach seiner Schwingungszahl ν, eine andere mittlere Energie.

Aus (6) und (7) folgt jetzt in Verbindung mit (1) sofort das Plancksche Strahlungsgesetz

$$u = 8\pi h\left(\frac{\nu}{c}\right)^3 \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}. \tag{8}$$

Dieses hat sich bekanntlich glänzend bewährt; es liefert das erforderliche Maximum der Strahlungsenergie für eine bestimmte mit der Temperatur wachsende Schwingungszahl und entspricht einem endlichen Wert der Gesamtenergie. Das Rayleighsche Gesetz erscheint nur mehr als Näherung des Planckschen Gesetzes, gerade so wie sich die Gleichverteilung der Energie als Näherung der Energieverteilung (6) ergibt, für den Grenzfall

$$h\nu \ll kT.$$

Man kann die Ableitung des Strahlungsgesetzes vertiefen, wenn man mit Planck die Boltzmannschen Abzählungsmethoden benutzt[2]) oder statt von endlichen Energiequanten von endlichen Zustandsbereichen der Wahrscheinlichkeit spricht[3]).

Die Einfachheit und Schönheit dieser Überlegungen darf uns aber nicht über die außerordentlichen Schwierigkeiten hinwegtäuschen, die an ihrem Grunde liegen. Der Plancksche Oszillator soll stets eine ganze Anzahl von Energieelementen enthalten, er soll also Energie stets nur nach diesen Quanten emittieren und absorbieren. Damit setzen wir uns aber in Widerspruch mit den Prinzipien des elektrodynamischen Feldes. Denn die eine Wurzel des Strahlungsgesetzes, die Formel (1), ist vollständig basiert auf der Vorstellung des kontinuierlichen Energieaustausches. Wir graben diese Wurzel ab, wenn wir der anderen Wurzel des Strahlungsgesetzes, der Quantenvorstellung, Raum verschaffen wollen.

3. Die Gastheorie und ihre Wolken.

Folgen wir nun der Statistik in ihre eigentliche Domäne, das Gebiet der Gastheorie. Hier hat bekanntlich das Prinzip der Gleichverteilung der Energie glänzende Erfolge aufzuweisen. Aber es liegen, wie Lord Kelvin in den Baltimore Lectures[4]) sagt, Wolken darauf. Sehen wir nun recht zu, so sind jene Wolken nichts anderes als Anzeichen desselben Widerspruchs, der uns in der Strahlungstheorie zwang, mit der Gleichverteilung der Energie zu brechen, und dieser Widerspruch wird auch hier der Vater eines unerwarteten Fortschritts.

Erhält jeder Freiheitsgrad eines Gases bei der Temperatur T die gleiche mittlere Energie $\frac{k}{2}T$, so kommt auf ein Molekül von q Freiheitsgraden die Energie $q\frac{k}{2}T$. Beziehen wir

die Energie U auf ein Mol statt auf ein Molekül und nehmen die Bedeutung der Molwärme $c_v = dU/dT$ sowie den thermodynamischen Zusammenhang zwischen c_p und c_v hinzu, so ergibt sich

$$U = \frac{q}{2} RT, \quad c_v = \frac{q}{2} R, \quad \frac{c_p}{c_v} = 1 + \frac{2}{q}. \qquad (9)$$

Jedesmal, wenn die theoretische Naturwissenschaft eine ganzzahlige Beziehung zwischen beobachtbaren Größen aufdeckt, wie hier zwischen c_p und c_v, fühlen wir uns in ähnlicher Weise ästhetisch gehoben wie beim Anblick eines wohlausgebildeten Kristalls, der uns ja das Wirken ganzzahliger Verhältnisse in der Natur am schönsten darstellt. So gibt es denn kaum einen schöneren Triumph der mathematischen Naturbetrachtung, wie den Wert

$$\frac{c_p}{c_v} = 1 + \frac{2}{3} = 1{,}66$$

für einatomige Gase ($q = 3$) oder den Wert

$$\frac{c_p}{c_v} = 1 + \frac{2}{5} = 1{,}40$$

für Luft, Wasserstoff, Stickstoff usw. ($q = 5$). Nicht minder bemerkenswert ist der absolute Wert von c_v, der sich ergibt, wenn wir R mit hinreichender Annäherung gleich 2 cal/grad annehmen, nämlich

$$c_v = \frac{3}{2} R = 3 \frac{\text{cal}}{\text{grad}} \quad \text{für einatomige Gase}$$

$$c_v = \frac{5}{2} R = 5 \frac{\text{cal}}{\text{grad}} \quad \text{für zweiatomige Gase,}$$

nicht minder bemerkenswert auch der Wert von c_v für feste Körper, deren Moleküle wir uns als einatomig, aber außer mit drei kinetischen auch mit drei potentiellen Freiheitsgraden ausgestattet zu denken haben. Für diese folgt daher als Molwärme mit $q = 6$:

$$c_v = \frac{6}{2} R = 6 \frac{\text{cal}}{\text{grad}},$$

entsprechend dem Gesetz von Dulong und Petit. Dies die Lichtseite des Bildes, die man gewiß nicht hell genug ausmalen kann. Nun die Wolken, die auf dem Bilde liegen!

Über die Abzählung der Freiheitsgrade eines Gasmoleküls kann man verschiedener Meinung sein. Ein Wasserstoffmolekül, bestehend aus zwei Atomen H, wird nur dann als Rotationskörper mit 5 für die Wärmebewegung aufnahmefähigen Freiheitsgraden gelten können, wenn die Bindung zwischen beiden H-Atomen absolut fest ist. Sobald diese Bindung nur ein wenig gelockert wird, treten zwei neue Freiheitsgrade hinzu, nämlich der kinetische und potentielle Freiheitsgrad für die Schwingung der beiden H-Atome gegeneinander. Damit würde der Wert von c_v springen von 5 auf 7 cal/grad, der Wert von c_p/c_v herunterfallen von 1,40 auf 1,28. Solche sprungweisen Änderungen sind nun an sich höchst unphysikalisch gedacht und tatsächlich nie beobachtet. Was dagegen stets beobachtet wird, ist eine kontinuierliche Zunahme der spezifischen Wärmen, namentlich der festen Körper, mit der Temperatur. Dieser stand, wie Nernst bemerkt, die bisherige Wärmemechanik völlig ratlos gegenüber[5]).

4. Die spezifischen Wärmen im Lichte der neuen Statistik.

Den Weg aus diesen Schwierigkeiten wies Einstein[6]), indem er an die Stelle der Gleichverteilung die Plancksche Energieverteilung setzte. Nicht $3RT$ [vgl. Gl. (9) mit $q = 6$] ist dann der Energieinhalt des festen Körpers pro Mol, sondern [vgl. Gl. (6)]:

$$U = 3R \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}. \qquad (10)$$

Für die Molwärme $c_v = dU/dT$ ergibt sich daraus eine Verallgemeinerung des Dulong-Petitschen Gesetzes, die folgendes charakteristische Verhalten zeigt: für hohe Temperaturen asymptotische Annäherung an den Dulong-Petitschen Wert $c_v = 6$ cal, im absoluten Nullpunkt exponentielles Verschwinden, für mittlere Temperaturen um so stärkere Abweichungen vom Dulong-Petitschen Grenzwert, je größer die Eigenschwingungszahl ν des molekularen Resonators ist.

Schon Einstein[6]) konnte am Diamant zeigen, daß dieser Verlauf der spezifischen Wärme recht gut der Wirklichkeit entspricht. Seitdem ist durch Nernst[7]) und seine Schüler ein geradezu großartiges experimentelles Material gesammelt, welches das Verhalten der spezifischen Wärmen bei tiefen und hohen Temperaturen, von festen Körpern und Gasen nach allen Seiten klärt. Es wird stets ein Ruhmesblatt in der Geschichte der ersten Dezennien der Physikalisch-technischen Reichsanstalt bleiben, daß sie die eine Säule der Quantentheorie, die experimentellen Grundlagen der Hohlraumstrahlung, errichtet hat. Vielleicht ebenso hoch ist das Verdienst des Nernstschen Instituts zu veranschlagen, das uns in den planmäßigen Messungen der spezifischen Wärmen den anderen nicht minder tragfähigen Grundpfeiler der Quantentheorie geliefert hat. Wenn auch über die quantitative Darstellung der Nernstschen Messungen das letzte Wort noch nicht gesprochen ist — Nernst[8]) benutzt jetzt außer der Schwingungszahl ν noch die Unterschwingung $\nu/2$ in seinen Formeln, während Einstein[9])

für nötig hält, die Dämpfung der Oszillatorschwingungen zu berücksichtigen — so viel ist sicher, daß die Gesamtheit dieser Messungen kaum anders als durch die Formeln der Quantentheorie wiedergegeben werden kann. Sehr bemerkenswert ist dabei, daß die einzige Materialkonstante dieser Formeln, die Schwingungszahl ν, sich aus ganz anderen Daten vorausberechnen läßt, nach F. A. Lindemann[10]) in überraschend präziser Weise aus Schmelzpunkt und Molekularvolumen, ja daß sie in den Fällen binärer Ionenverbindungen[6]) sogar direkt mit den optisch nachweisbaren ultraroten Eigenschwingungen der Dispersionstheorie übereinzustimmen scheint.

5. Man soll die Freiheitsgrade wägen und nicht zählen.

Fassen wir zusammen, was uns Strahlung und spezifische Wärmen über die allgemeine Frage der Energieverteilung gelehrt haben, so können wir mit einer Schillerschen Variante etwa sagen: „Man soll die Freiheitsgrade wägen und nicht zählen."

Die alte Gleichverteilung der Energie kannte keine Unterschiede zwischen den verschiedenen Freiheitsgraden, jeder sollte im Mittel dieselbe Energie $\frac{k}{2}T$ erhalten, ein sehr steifer Freiheitsgrad (z. B. im inneren Verband eines Gasmoleküls oder im festen Körper) ebensoviel wie ein ganz loser (z. B. bei der translatorischen Bewegung der Gasmoleküle); dieses schematische Zählen führte dann zu der ganzzahligen Konstanz bzw. der ruckweisen Veränderung der spezifischen Wärmen oder in der Strahlung zu dem unmöglichen Rayleighschen Gesetz.

Die moderne Statistik dagegen lehrt eine unendliche Mannigfaltigkeit in der Energieverteilung, je nach der Steifigkeit der betreffenden Bewegungsfreiheit. Bei einem sehr losen Freiheitsgrade (ν klein oder besser $h\nu/kT \ll 1$) ergibt sich auch hier die Energie $\frac{k}{2}T$; bei größerem ν dagegen erhält der Freiheitsgrad die unter allen Umständen kleinere Energiemenge

$$\frac{1}{2}\frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1} = \frac{\frac{1}{2}kT}{1+\frac{1}{2}\frac{h\nu}{kT}+\frac{1}{6}\left(\frac{h\nu}{kT}\right)^2+\cdots}$$

In der modernen Theorie werden also die Freiheitsgrade gewogen je nach der Größe von

$$x = \frac{h\nu}{kT}.$$

Daß für Diamant die alte Theorie schon bei mittleren Temperaturen unzulänglich wird, für die Schwermetalle aber das Dulong-Petitsche Gesetz hinreichend genau gilt, liegt einfach daran, daß bei ca. $T = 300^0$ für Diamant $x \gg 1$ wird, bei den Schwermetallen aber $x < 1$ ist.

Auch für den Temperaturbegriff wird die neue Auffassung der Dinge von Bedeutung. Die eigentliche Quelle des Temperaturbegriffs liegt in der Aussage: Gleichheit der Temperatur ist Bedingung des thermodynamischen Gleichgewichts. Diese Aussage bleibt natürlich unberührt. Früher aber konnte man hinzufügen: Gleichheit der Temperatur in zwei Systemen bedingt gleiche mittlere Energie. Diese Aussage wird jetzt hinfällig und mit ihr zugleich die Möglichkeit einer kinetischen Definition der Temperatur. Denken wir z. B. an das Gleichgewicht eines festen Stoffes mit seinem Dampf. Die Translationsenergie des Dampfes wird pro Molekül durch $\frac{3}{2}kT$ gegeben sein, da seine Freiheitsgrade verschwindende Steifigkeit haben; die feste Phase aber wird bei gleicher Temperatur im allgemeinen weniger Energie beanspruchen, da ihr gegebenenfalls eine hohe Eigenschwingung zukommt[11]). Dieser Umstand erfordert offenbar eine Revision der Dampfspannungsformeln, derart, daß die bisherigen Ergebnisse nur für hinreichend hohe Temperaturen in Gültigkeit bleiben werden.

6. Weitere Anwendungen der Energiequanten und der Lichtquanten.

Das neue Prinzip der Statistik scheint sich bei den tiefsten erreichbaren Temperaturen allerwärts geltend zu machen.

Ein besonders frappantes Beispiel ist der elektrische Widerstand. Kamerlingh-Onnes[12]) stellt bei reinen Metallen und für Helium-Temperaturen ein völliges Verschwinden des Widerstands fest, ganz nach Art der spezifischen Wärmen — eine sicherlich theoretisch, vielleicht auch technisch hochbedeutsame Tatsache. Kamerlingh-Onnes gibt auch für das Verhalten des Widerstands eine formelmäßige Darstellung[13]) im Sinne der Quantentheorie, die allerdings nicht ganz frei von Willkür zu sein scheint.

In demselben Heft der Leidener Communications[14]), in dem die letzten maßgebenden Versuche von Kamerlingh-Onnes stehen, werden auch Versuche von Perrier über das Verhalten der magnetischen Suszeptibilität paramagnetischer Körper bei tiefen Temperaturen mitgeteilt. Diese zeigen eine Abweichung von dem Curie-Langevinschen Gesetz, derart, daß die Suszeptibilität mit abnehmender Temperatur nicht un-

begrenzt ansteigt, sondern vielmehr eine Tendenz zum Verschwinden zeigt. Eine Deutung dieser Versuche im Sinne der Quantentheorie gibt Debye[15]).

Während die bisherigen Betrachtungen sich auf statistischem Gebiet bewegten, gibt es eine weitergehende Gruppe von Anwendungen, bei denen dem einzelnen Energiequantum eine gesonderte räumliche Existenz zugeschrieben und dessen Transformation in andere Energieformen verfolgt wird, Anwendungen, die ebenfalls auf Einstein[16]) zurückgehen und von Stark[17]) experimentell und gedanklich weiter ausgebaut sind. Wir wollen diesen Standpunkt kurz mit dem Einsteinschen Namen der Lichtquanten kennzeichnen. Die große Schwierigkeit, ja die Unvereinbarkeit dieses Standpunkts mit den bestbewährten Gesetzen der Lichtausbreitung (Interferenzerscheinungen, Huygenssches Prinzip) ist oft betont worden.

Als Beispiel betrachten wir den lichtelektrischen Prozeß. Monochromatisches Licht von der Schwingungszahl ν falle auf die Oberfläche eines Metalls. Das Licht bestehe aus einzelnen Lichtquanten, denen wir den Energiewert $h\nu$ zuschreiben werden. Jedes Lichtquantum werde als Ganzes von einem Metallatom absorbiert und in kinetische Energie eines Elektrons transformiert. Indem dieses das Metall durchsetzt und insbesondere beim Austreten aus der Oberfläche verzögert wird, kann es einen Teil seiner Energie einbüßen. Der Maximalwert der kinetischen Energie und damit zugleich das maximale positive Potential, zu dem sich das bestrahlte Metall auflädt, ist hiernach

$$h\nu. \qquad (11)$$

Dieses „Einsteinsche Gesetz[18]) der lichtelektrischen Energie" stimmt jedenfalls der Größenordnung nach und erklärt die merkwürdige, von Lenard[19]) festgestellte Tatsache, daß die lichtelektrische Energie unabhängig ist von der auffallenden Intensität.

Dieselbe einfache Betrachtung erläutert das Auftreten der großen Geschwindigkeiten bei den sekundären Kathodenstrahlen, die Gültigkeit der Stokesschen Regel für die Fluoreszenz u. a. m.

7. Wirkungsquantum und Zeitmaß des Energieaustausches bei reinen Molekularprozessen.

Hiermit schließen wir unser Referat über die Lehre von den Energie- oder Lichtquanten. Diese Lehre beschränkt sich zurzeit ausgesprochenermaßen auf periodische Prozesse. Wollen wir sie aber als Ausfluß einer universellen Molekulareigenschaft ansehen, so müssen wir auch individuelle unperiodische Molekularprozesse in Betracht ziehen.

Dieser allgemeinere Standpunkt scheint mir in der Dimension und in der Planckschen Bezeichnung des Wirkungsquantums bereits mit aller wünschenswerten Klarheit angedeutet. Die universelle Konstante, welche durch die theoretische und experimentelle Untersuchung der Strahlung ans Licht gefördert ist, ist nicht ein Energiequantum (von der Dimension des Erg), sondern sie ist das Wirkungsquantum,

$$h = 6{,}55 \cdot 10^{-27} \text{ erg sec}$$

von der Dimension Energie $\times$ Zeit. Wir vermuten daher: Die universelle Eigenschaft aller Moleküle, welche in der Strahlung zum Ausdruck kommt, besteht nicht darin, daß gewisse charakteristische Energiemengen auftreten, sondern darin, daß der zeitliche Ablauf des Energieaustausches in universeller Weise geregelt wird. Ganz allgemein gesprochen, wird eine große Energiemenge in kurzer Zeit von der Materie aufgenommen oder abgegeben, eine kleine Energiemenge in längerer Zeit, so zwar, daß das Produkt aus Energie und Zeit oder das (noch näher zu definierende) Zeitintegral der Energie durch die Größe von h bestimmt wird. Hierzu zwei Beispiele: a) Energieabsorption. Kathodenstrahlen großer Geschwindigkeit geben harte Röntgenstrahlen, Kathodenstrahlen geringer Geschwindigkeit weiche. Die größere oder geringere Härte der Röntgenstrahlen haben wir als Maß für die geringere oder größere Impulsbreite, oder, was auf dasselbe hinauskommt, für die geringere oder größere Zeitdauer des Bremsvorganges anzusehen. Also: Kathodenstrahlen großer Energie werden in kurzer Zeit, Kathodenstrahlen geringerer Energie in längerer Zeit abgebremst. Dieses Ergebnis, das uns aus der Erfahrung völlig geläufig ist, ist nichtsdestoweniger höchst seltsam. Es widerspricht jeder Analogie auf dem Gebiete ballistischer Erfahrungen und liefert uns ein qualitatives Anzeichen dafür, daß es bei reinen Molekularprozessen auf eine Größe ankommt, die sich als Produkt aus der aufgenommenen Energie und der dazu erforderlichen Zeit bestimmt. Wie ich kürzlich gezeigt habe, läßt sich diese Auffassung auch quantitativ durchführen und dadurch prüfen, daß man aus der beobachteten polarisierten Energie der Röntgenstrahlen die Größe von h berechnet[20]). b) Energieemission. Harte β-Strahlen sind von harten γ-Strahlen begleitet, weniger harte von weicheren γ-Strahlen. Wenn auch dieser Befund im einzelnen zurzeit noch bestritten wird, so besteht er doch zweifellos in der Mehrzahl der Fälle zu Recht. Die Härte der β-Strahlen ist ein Maß für ihre Energie, die Härte der γ-Strahlen sehen wir wieder als

Maß für ihre Impulsbreite an, oder was auf dasselbe hinauskommt, für die Zeitdauer, in der das β-Teilchen seine Geschwindigkeit erlangt hat. Also gilt auch für die Radioaktivität die seltsame Regel: Große Energiemengen werden in kurzer Zeit, kleinere in längerer Zeit emittiert[20]).

Zu einem genaueren Ansatz für die Energie-Zeit-Größe gelangen wir, wenn wir der außerordentlich glücklichen von Planck gewählten Benennung „Wirkungsquantum" nachgehen. Diese verweist uns auf das im Hamiltonschen Prinzip vorkommende Zeitintegral:

$$\int (T - U)\, dt,$$

die sogenannte Aktion oder Wirkung. Dabei ist T die kinetische, U die potentielle Energie des betrachteten mechanischen Systems. In den Fällen, wo sich die Trennung in kinetische und potentielle Energie nicht mehr durchführen läßt, schreibt Planck dafür

$$\int H\, dt$$

und nennt H mit Helmholtz das kinetische Potential.

Sieht man mit Helmholtz-Planck das Wirkungsprinzip als den obersten Grundsatz der Mechanik und Physik an, so wird man dazu neigen, die fundamentale Strahlungskonstante h mit der gleich dimensionierten Wirkung $\int H\, dt$ in Beziehung zu setzen. Wir kommen dann zu der folgenden Grundhypothese über die allgemeine Bedeutung des h:

Bei jedem reinen Molekularprozeß wird von dem Molekül eine bestimmte universelle Wirkungsgröße aufgenommen oder abgegeben, nämlich die Größe

$$\int_0^\tau H\, dt = \frac{h}{2\pi}, \qquad (12)$$

τ ist die Dauer des Wirkungsprozesses, H werden wir meist als bloße Abkürzung für $T - U$ ansehen; der Faktor 2π auf der rechten Seite wird durch den lichtelektrischen Effekt nahegelegt.

8. Relativistische Begründung der Grundhypothese.

Durch eine relativtheoretische Überlegung wird man zu einem derartigen Ansatz sogar mit einiger Notwendigkeit geführt, allerdings zunächst nur für den speziellen Fall des einzelnen Massenpunktes. Betrachtet man diesen von einem bestimmten raumzeitlichen Bezugssystem aus, so mögen zwei benachbarte Lagen desselben gegeben sein durch die vier Koordinaten:

$$x,\ y,\ z,\ l = ict$$

und

$$x + dx,\ y + dy,\ z + dz,\ l + dl = ict + ic\, dt$$

(c = Lichtgeschwindigkeit, l = imaginärer „Lichtweg"). Während die Größen dieser beiden Koordinatenquadrupel vollständig von der Wahl des Bezugssystems abhängen, und durch Lorentztransformationen beliebig abgeändert werden können, gibt es eine und nur eine Verbindung dieser Koordinaten, nämlich das „Weltlinienelement"

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2 + dl^2},$$

welches vom Bezugssystem unabhängig ist. Dieses bedeutet geometrisch den vierdimensionalen Abstand der beiden betrachteten Lagen unseres Massenpunktes in der Minkowskischen „Welt"[21]). Mit den üblichen Abkürzungen

$$v^2 = \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2, \qquad \beta = \frac{v}{c},$$

können wir das Weltlinienelement auch schreiben:

$$ds = ic\, dt\sqrt{1 - \beta^2}.$$

Um es reell und von der Dimension erg sec zu machen, multiplizieren wir es mit $-ic m_0$, wo m_0 die „Ruhmasse" unseres Massenpunktes sei, also eine für rein mechanische (und daher adiabatische) Prozesse invariante Größe. Das entstehende Produkt

$$-ic m_0 ds = c^2 m_0 \sqrt{1 - \beta^2}\, dt = H dt$$

ist natürlich ebenfalls eine Invariante gegenüber Lorentztransformationen, und zwar, wie bereits hervorgehoben, die einzige aus der gegenseitigen Lage zweier benachbarter Weltpunkte zu bildende Invariante. Daß wir sie mit $H dt$ bezeichnen, also $H = c^2 m_0 \sqrt{1 - \beta^2}$ setzen, rechtfertigt sich dadurch, daß wir die Bewegungsgleichungen der Relativmechanik aus dieser Größe H nach demselben Schema gewinnen, wie die gewöhnlichen Lagrangeschen Gleichungen aus der Größe $H = T - U$. Natürlich wird auch das Zeitintegral

$$\int_0^\tau H\, dt = -ic m_0 s_{12}$$

vom Bezugssystem unabhängig, da es mit der Länge der Weltlinie zwischen den den Zeiten 0 und τ entsprechenden Weltpunkten 1 und 2 proportional ist.

Nach dem Relativitätsprinzip müssen alle physikalischen Gesetze von der zufälligen Wahl des Bezugssystems der $xyzl$ unabhängig sein. Die Energie oder auch das Zeitintegral der Energie hat keine absolute physikalische Bedeutung, anders die Wirkungsgröße. Sie gibt uns die einzige Möglichkeit, die Mechanik des Massenpunktes mit einer universellen Konstanten zu verknüpfen[22]); die obige Formel für unsere Grundhypothese ist der analytische Ausdruck dieser Möglichkeit und ist willkürlich nur in den rechterhand hinzugefügten Konstanten 2π.

Leider ist diese Überlegung nicht mehr

zwingend in denjenigen Fällen, die wir weiterhin hauptsächlich im Auge haben werden. Betrachten wir nämlich den Energieaustausch zwischen einem einzelnen Massenpunkt (Elektron) und einem Molekül. Sehen wir das Molekül als ruhend an, so hat in dem durch dieses Molekül definierten Bezugssystem sowohl die Geschwindigkeit, wie die kinetische Energie, wie auch die Zeit des Elektrons zwischen zwei Lagen desselben eine legale physikalische Bedeutung. Wir können also nicht mehr sagen, daß nur der Wirkungsgröße eine physikalische Bedeutung zukommt. Wenn wir trotzdem auf den Fall Molekül-Elektron unsere Grundhypothese, und zwar vornehmlich auf diesen Fall, anwenden und uns dabei auf den invarianten Charakter der Wirkung berufen, so tun wir dies etwa mit demselben Rechte, mit dem wir bei dem Problem der Anziehung mehrerer Massenpunkte diese lediglich als Funktion der Entfernungen je zweier Massenpunkte ansetzen; während nämlich bei zwei Massenpunkten ihre Entfernung die einzige vom Bezugssystem unabhängige Bestimmungsgröße für die gegenseitige Lage und daher auch für die Anziehung der beiden Massenpunkte liefert, könnten wir z. B. bei drei Massenpunkten außer den gegenseitigen Entfernungen auch den Inhalt des von ihnen gebildeten Dreiecks als geometrische Bestimmungsgröße der Anziehung ansehen. Indem wir dieses nicht tun, bilden wir eine weitergehende Hypothese, die Newtonsche Hypothese der Zentralkräfte, welche sehr plausibel ist, aber nicht mehr durch Invarianzbetrachtungen gefordert wird. Ähnlicherweise kann unsere Grundhypothese durch die Invarianzbetrachtung beim einzelnen Massenpunkt als gestützt, aber für den Fall Molekül-Elektron nicht mehr als bewiesen gelten.

9. Anwendung auf den lichtelektrischen Effekt.

Als hauptsächliche Anwendung dieser unserer Grundhypothese möchte ich jetzt den lichtelektrischen Effekt besprechen, im Anschluß an eine demnächst in den Annalen d. Physik zu veröffentlichende Arbeit, bei der ich mich der Mitarbeit meines Freundes P. Debye zu erfreuen gehabt habe.

Unsere Behandlung wird etwa in der Mitte stehen zwischen der Lenardschen Auffassung einerseits, nach der die Abtrennung des Elektrons ein Resonanzphänomen im Atom ist, und die lichtelektrische Energie aus dem Atom stammt, und der Einsteinschen Lichtquantenhypothese andererseits, nach der die Energie der auffallenden Strahlung entnommen wird, deren Struktur aber in einer der sonstigen Erfahrung widersprechenden Weise abgeändert wird. Mit Lenard betrachten wir ein Resonanzphänomen, bei dem das an das Atom quasielastisch gebundene Elektron ebenso reagiert wie z. B. in der Dispersionstheorie, mit Einstein denken wir uns seine Energie aus der auffallenden Strahlung entnommen. Unsere Grundhypothese sorgt dafür, daß das Elektron aus dem Atomverbande erst dann befreit wird, nachdem die Strahlung während einer langen Zeit, der „Akkumulationszeit" τ, gewirkt hat, und nachdem also eine große Energie an dem Elektron aufgehäuft ist, eine Energie von derjenigen Größe, wie sie Lenard beobachtet hat, und wie sie durch das Einsteinsche Gesetz gefordert wird.

Es genüge hier, den allgemeinen Gedankengang unserer Untersuchung an dem einfachen Fall zu erläutern: Monochromatisches Licht, ungedämpftes Elektron, also Vernachlässigung seiner Ausstrahlung während des Wirkungsprozesses, und Vernachlässigung der ungeordneten, nichtmonochromatischen Beschaffenheit des Lichtes.

Das Elektron sei durch die quasielastische Kraft $-fx$ an seine Ruhelage $x = 0$ gebunden und werde aus dieser durch eine auffallende Welle $\mathfrak{E} = E \cos nt$ herausbewegt, deren elektrische Kraft die x-Richtung habe. $n = 2\pi\nu$ ist die Frequenz, ν die Schwingungszahl des Lichtes. Die Bewegungsgleichung des Elektrons lautet:

$$m\ddot{x} + fx = e\mathfrak{E}, \qquad (13)$$

und es wird seine kinetische und potentielle Energie

$$T = \frac{m}{2}\dot{x}^2, \quad U = \frac{f}{2}x^2.$$

Nach unserer Grundhypothese soll das Elektron dann frei werden, wenn das Wirkungsintegral

$$W = \int_0^\tau (T - U)\,dt = \frac{h}{2\pi} \qquad (14)$$

geworden ist.

Wir formen (14) durch partielle Integration in typischer Weise um:

$$\left.\begin{aligned} W &= \int_0^\tau \left(\frac{m}{2}\dot{x}^2 - \frac{f}{2}x^2\right)dt = \frac{m}{2}x\dot{x} - \\ &\quad - \frac{1}{2}\int_0^\tau x(m\ddot{x} + fx)\,dt), \end{aligned}\right\} \qquad (15)$$

oder mit Rücksicht auf die Bewegungsgleichung (13)

$$W = \frac{m}{2}x\dot{x} - \frac{e}{2}\int_0^\tau x\mathfrak{E}\,dt. \qquad (16)$$

Es läßt sich nun leicht zeigen[23]), daß der erste, vom Integralzeichen freie Term allgemein gleich ist der kinetischen Energie T des Elek-

trons geteilt durch seine Eigenfrequenz $n_0 = 2\pi\nu_0 = \sqrt{\frac{f}{m}}$; der zweite Term stellt das Zeitintegral des Virials der äußeren Kraft dar („Zeitvirial"). Von diesem läßt sich zeigen, daß es verschwindet im Falle der vollkommenen Resonanz (auffallende Frequenz n = Eigenfrequenz n_0). Aus (16) ergibt sich daher, wenn wir noch nach unserer Grundhypothese $W = h/2\pi$ setzen, im Resonanzfalle:

$$\frac{h}{2\pi} = \frac{T}{n_0}, \quad \text{oder} \quad T = h\nu_0 = h\nu. \qquad (17)$$

Dies ist das Einsteinsche Gesetz.

Über den allgemeinen Fall unvollkommener Resonanz $n \gtrless n_0$ müssen wir uns kurz fassen. Hier verschwindet das Zeitvirial in (16) nicht, und wird daher T nicht mehr gleich $h\nu_0$. Und zwar haben wir, wenn $n > n_0$ (erregende Schwingung schneller als die angeregte Resonatorschwingung), stets eine lichtelektrische Emission mit einer Energie $T < h\nu_0$. Im umgekehrten Falle $n < n_0$ (erregende Schwingung langsamer als angeregte Eigenschwingung) kommt es im allgemeinen zu keiner Anhäufung eines Wirkungsquantums, also zu keiner lichtelektrischen Emission. Beide Aussagen stehen in Analogie zur Stokesschen Regel. Eine Ausnahme bildet der Fall, daß n die Eigenfrequenz n_0 ganz wenig, praktisch unmerklich unterschreitet. In diesem Falle gibt es lichtelektrische Emissionen von noch höherer Energie wie $h\nu_0$. Als Bild von T ergibt sich daher zur Abszisse ν aufgetragen eine Zacke in der Nähe der Resonanzstelle, die nach größeren und namentlich nach kleineren Werten der Schwingungszahl sehr steil abfällt.

Berücksichtigung der Dämpfung vermindert die Höhe der Zacke. Damit überhaupt lichtelektrische Energien von der Größenordnung $h\nu_0$ auftreten können, müssen wir abnorm geringe Dämpfung des Elektrons voraussetzen. Berücksichtigung der natürlichen Zusammensetzung der Strahlung ergibt eine beträchtliche Streuung der lichtelektrischen Energie um die vorher bestimmten Idealwerte bei monochromatischer Strahlung; sie erhöht und verbreitert daher unsere Zacke[24]).

Gegenüber der Theorie der Energiequanten und dem darauf fußenden Einsteinschen Gesetz ergibt unsere Auffassung stark ausgeprägte selektive Materialeinflüsse. Während es nach dem Einsteinschen Gesetz nur auf die auffallende Schwingungszahl ν ankommt, hängt nach unserer Auffassung die lichtelektrische Energie von dem Verhältnis der auffallenden Schwingungszahl ν zu der Eigenschwingungszahl ν_0 ab. Während nach Einstein die lichtelektrische Energie, zur Abszisse ν aufgetragen, geradlinig verlaufen soll, soll sie nach uns für jede Eigenfrequenz des Atoms eine Zacke besitzen.

Was sagen nun die Beobachtungen über die Gültigkeit des Einsteinschen Gesetzes? Ich möchte in der Hinsicht besonderen Wert den mit großen Mitteln angestellten Dauerversuchen von Wright-Millikan[25]) beilegen. Sie geben das positive maximale Potential, zu dem sich Aluminium unter dem Einfluß sehr starker und sehr lange andauernder ultravioletter Belichtung auflädt, in Abhängigkeit von der Wellenlänge. Bei der Wellenlänge $\lambda = 2166$ A. ergibt sich ein scharfes Maximum von über 14 Volt. Das Einsteinsche Gesetz dagegen liefert für die gleiche Wellenlänge nur 5,8 Volt und überdies eine geradlinige Abhängigkeit von der Schwingungszahl.

Wenn man auch auf die absolute Größe der gemessenen Voltzahl kein großes Gewicht legen darf, so scheint mir doch aus den Wrightschen Messungen mit Sicherheit folgendes hervorzugehen: 1. daß die maximale lichtelektrische Energie nicht annähernd geradlinig mit der Schwingungszahl verläuft, 2. daß sich der lichtelektrische Effekt ausgesprochen selektiv verhält und die Mitwirkung von Eigenfrequenzen des Atoms erkennen läßt. In beiden Punkten wird unsere Betrachtung den Wrightschen Messungen besser gerecht wie die Einsteinsche Lichtquantenbetrachtung.

10. Schlußbemerkungen zum lichtelektrischen Effekt und zur Auffassung des Wirkungsquantums.

Zum Schluß einige allgemeine Bemerkungen, welche zugleich dazu dienen mögen, unsere Auffassung des Wirkungsquantums gegen die Methode der Energiequanten zu orientieren.

a) Verhältnis zur Strahlungstheorie.

Durch die Forderung des Wirkungsquantums werden endliche Energiequanten von der Größe $h\nu$ (im Resonanzfalle) abgesondert; diese gehen als kinetische Elektronenenergie fort und verbleiben in demselben Betrage als potentielle Energie dem lichtelektrisch affizierten Atom. Wenn auch von hier aus bis zum wirklichen Verständnis der Statistik der Energiequanten bei der schwarzen Strahlung noch ein weiter Weg sein dürfte, so scheint mir damit doch erstmalig die Möglichkeit gegeben, die Entstehung von Energiequanten zu realisieren, ohne mit den sonst bewährten Gesetzen des elektromagnetischen Feldes in Widerspruch zu geraten.

b) Verhältnis zur Elektrodynamik.

Unsere Grundhypothese ist der Elektrodynamik zwar fremd, aber mit ihr verträglich. Sie

ergänzt sie in einem Punkte, über den die Elektrodynamik von sich aus nichts aussagen kann, nämlich hinsichtlich der Wirkung der unbekannten Zusammenhänge zwischen Molekül und Elektron.

c) Verhältnis zur Molekulartheorie.

Unser quasielastischer Ansatz für die Elektronenschwingungen müßte dann als sehr bedenklich erscheinen, wenn er zu Ausschwingungen führen würde, die erheblich über die Molekulardimensionen hinausgingen. Dies ist nicht der Fall. Die Ausschwingung im Momente der Befreiung des Elektrons ist nämlich geradeso wie die kinetische Energie universell durch die Schwingungszahl bestimmt[26]) und von der auffallenden Intensität unabhängig. Als Größenordnung bei ultraviolettem Licht ergibt sich $2 \cdot 10^{-8}$, also eine Zahl, die sehr gut mit der Größe der molekularen Wirkungssphäre übereinstimmt. Dieser Umstand konstituiert einen weiteren Zusammenhang zwischen dem Wirkungsquantum h und der Molekulargröße, wie ein solcher in letzter Zeit bereits mehrfach vermutet ist.

Ich möchte aber nicht so weit gehen, in diesem Zusammenhang den eigentlichen Ursprung des h zu sehen. Im lichtelektrischen Falle könnte man ja postulieren, daß das Elektron dann aus dem Atom befreit wird, wenn es bei zunehmender Schwingungserregung seine Wirkungssphäre verläßt. Wie die vorstehende Zahlenangabe zeigt, würde dieses Postulat der Größenordnung nach auf dieselbe lichtelektrische Energie führen, wie unsere Hypothese des Wirkungsquantums. Abgesehen von der Unsicherheit unserer Kenntnis von den Moleküldimensionen scheint mir aber ein solcher Standpunkt der universellen Bedeutung des h nicht gerecht zu werden.

Vielmehr möchte ich den umgekehrten Standpunkt bevorzugen: das h nicht aus den Moleküldimensionen zu erklären, sondern die Existenz der Moleküle als eine Funktion und Folge der Existenz eines elementaren Wirkungsquantums anzusehen. Eine elektromagnetische oder mechanische „Erklärung" des h scheint mir ebensowenig angezeigt und aussichtsvoll, wie eine mechanische „Erklärung" der Maxwellschen Gleichungen. Viel nützlicher wird es sein, die h-Hypothese in ihren mannigfachen Konsequenzen zu verfolgen und andere Erscheinungen darauf zurückzuführen. Wenn, wie kaum zu bezweifeln, unsere Physik einer neuen Grundhypothese bedarf, die dem elektromagnetischen Weltbilde als fremdartig hinzuzufügen ist, so scheint mir dazu die Hypothese des Wirkungsquantums vor anderen berufen.

d) Verhältnis zur allgemeinen Mechanik.

Um endlich die besondere Form, die wir unserer Grundhypothese gegeben haben, zu beleuchten, haben wir auf die fundamentale Umformung derselben mittels partieller Integration in Gl. (15) zurückzugreifen. Ihre Möglichkeit beruht durchaus darauf, daß wir dort für H die Differenz von kinetischer und potentieller Energie ansetzten. Hätten wir statt dessen etwa die kinetische Energie T oder die Gesamtenergie $T + U$ substituiert, so würde unsere Umformung, die auf der Benutzung der Bewegungsgleichung beruhte, und damit unsere Erklärung des lichtelektrischen Effektes hinfällig werden. Es ist dies genau derselbe formale Umstand, der im Hamiltonschen Prinzip der Mechanik das Auftreten von $T - U$ bedingt und dort gestattet, umgekehrt die Bewegungsgleichungen aus dem Wirkungsprinzip zu entnehmen. In dieser Analogie zu den Prinzipien der Mechanik sehe ich eine sehr starke Stütze für die innere Notwendigkeit der unserer Grundhypothese gegebenen Formulierung. —

Zweifellos befinden sich unsere theoretischen Anschauungen über Energieverteilung, Energieemission und -absorption zurzeit in einem etwas dunkeln Übergangsstadium. Der wissenschaftliche Optimismus, das Grundprinzip jeden Fortschritts, verpflichtet uns aber, daran zu glauben, daß die Dunkelheit in nicht zu ferner Zeit weichen wird, und die physikalischen Grundprinzipien dann in um so hellerem Licht vor unseren Augen liegen werden.

Anmerkungen und Zusätze.

1) In der Zeitschr. f. Elektrochem. 1911, Nr. 7.

2) Am einfachsten vielleicht so (im nahen Anschluß an H. A. Lorentz, diese Zeitschr. 11, 1255, 1910): Ein Würfel von hinreichend großer Zahl Seitenflächen trage auf diesen die Aufschriften 0, 1, 2, . . n . . . Dieselben bedeuten die Anzahl Energieelemente, welche wir bei jedem Wurf nacheinander je einem der N Oszillatoren beilegen sollen. N_n Oszillatoren mögen auf diese Weise n Energieelemente erhalten, wobei

$$\Sigma N_n = N. \tag{1}$$

Nach N Würfen ist die Verteilung beendet; die Verteilung soll aber nur gelten, wenn dabei zufällig die gegebene Gesamtenergie

$$E = \Sigma N_n n\varepsilon \tag{2}$$

zur Verteilung kommt.

Die Anzahl Male, daß bei wiederholter Ausführung dieses Prozesses eine bestimmte Verteilung $N_0, N_1, \ldots$ vorkommt, oder die Wahrscheinlichkeit W dieser Verteilung ist proportional

$$\frac{N!}{N_0! N_1! N_2! \ldots}. \tag{3}$$

Mit Benutzung der Stirlingschen Formel und Weglassung einer von den Verteilungszahlen N_n unabhängigen Konstanten ergibt sich

$$\log W = -\Sigma N_n \log N_n . \qquad (4)$$

Für das Maximum der Wahrscheinlichkeit folgt mit Rücksicht auf die Nebenbedingungen (1) und (2) (λ und μ sind Lagrangesche Multiplikatoren):

$$-(\log N_n + 1) + \lambda + \mu n\varepsilon = 0 . \qquad (5)$$

Die Entropie dieser wahrscheinlichsten Verteilung ist nach dem Boltzmannschen Prinzip wegen (4) und (5):

$$S = k \log W = -k \Sigma N_n \log N_n = k(1-\lambda)\Sigma N_n - k\mu \Sigma N_n n\varepsilon$$

und wegen (1) und (2)

$$S = k(1-\lambda) - N k \mu E . \qquad (6)$$

Nach der Thermodynamik ist

$$\frac{dS}{dE} = \frac{1}{T}, \quad \text{also } \mu = -\frac{1}{kT} .$$

Damit geht (5) über in

$$N_n = \text{konst} \cdot e^{-\frac{n\varepsilon}{kT}}, \quad \text{konst} = e^{\lambda - 1} . \qquad (7)$$

Die Konstante bestimmt sich aus (1) zu $\text{konst} N = \left(1 - e^{-\frac{\varepsilon}{kT}}\right)$, und die mittlere Energie $U = E/N$ aus (2), wie in Gl. (6) des Textes.

3) Die Hypothese endlicher Zustandsbereiche (statt endlicher Energiequanten).

Denkt man sich in der Gastheorie den Zustand eines Moleküls durch seine Lagen und Impulskoordinaten gegeben, so wird der Zustand des ganzen Gases durch einen Punkt repräsentiert in einem Raume bestimmter Mächtigkeit. Denkt man sich den Zustand nur innerhalb eines gewissen Spielraums bekannt, so entspricht ihm ein Zustandsbereich $d\Omega$ innerhalb jenes Raumes. Der Liouvillesche Satz der Gastheorie besagt dann: Die Größe von $d\Omega$ bleibt bei der Bewegung der Gasmoleküle und bei ihren Zusammenstößen erhalten. Hierdurch wird die Annahme nahegelegt, gleiche Teile jenes Raumes als Spielräume gleicher Wahrscheinlichkeit anzusetzen.

Zum Oszillatorfalle übergehend genügt es, da Zusammenstöße zwischen den Oszillatoren nicht in Betracht kommen, nur zwei Koordinaten zu betrachten: die Entfernung x des Oszillatorelektrons von seiner Ruhelage und den zugehörigen Impuls $y = m\dot{x}$. Statt des hochdimensionierten Raumes haben wir die xy-Ebene, deren Elemente wir auch hier als gleich wahrscheinlich ansetzen wollen. Die Energie ist

$$E = \frac{m}{2}\dot{x}^2 + \frac{f}{2}x^2 = \frac{y^2}{2m} + \frac{m}{2}(2\pi\nu)^2 x^2,$$

da $f/m = 2\pi\nu$ (ν = Eigenschwingungszahl des Oszillators). Die Kurven konstanter Energie sind also ähnliche Ellipsen mit den Hauptachsen a, b in der x, y-Richtung:

$$a = \sqrt{\frac{2E}{m}}\frac{1}{2\pi\nu}, \qquad b = \sqrt{2mE}$$

und dem Inhalt

$$\pi a b = \frac{E}{\nu} . \qquad (1)$$

Fragen wir jetzt nach den unterscheidbaren Zustandsbereichen der xy-Ebene. Als nicht unterscheidbar müssen jedenfalls die Punkte einer Ellipse $E = \text{konst}$ gelten, da sie im Verlauf einer Schwingung von unserem Oszillator durchlaufen werden. Als kleinstmögliche Zustandsbereiche kämen also zunächst infinitesimale Ellipsenringe in Betracht. Eine auf diesem Zustandsbereiche begründete Abzählung würde aber wieder zum Rayleighschen Gesetz führen. Um zum Planckschen Gesetz zu kommen, muß man den Ellipsenringen endliche und natürlich gleiche Größe zuschreiben, da es sich um Gebiete gleicher Wahrscheinlichkeit handeln soll. Die gemeinsame Flächengröße sei h. h hat die Dimension

$$[x] \cdot [y] = \text{Länge} \cdot \text{Impuls} = \text{Energie} \cdot \text{Zeit}.$$

Der erste Elementarbereich ist eine Vollellipse vom Inhalt h, zu deren Begrenzung die Energie gehört [vgl. (11)]:

$$\frac{E_1}{\nu} = h, \quad E_1 = h\nu ;$$

der zweite Elementarbereich ist ein Ellipsenring ebenfalls vom Inhalt h, zu dessen äußerer Begrenzung eine Energie E_2 gehört, wobei [vgl. (1)]

$$\frac{E_2}{\nu} - \frac{E_1}{\nu} = h, \quad E_2 = 2h\nu ,$$

allgemein

$$E_n = n\varepsilon$$

mit der Abkürzung $\varepsilon = h\nu$.

Für irgendeinen Punkt innerhalb des $n+1$ten Ellipsenringes ergibt sich als Energiewert hiernach

$$E = n\varepsilon + \varrho_n, \quad 0 < \varrho_n < \varepsilon .$$

Soweit sind wir Planck gefolgt (Columbia-Vorlesungen, S. 88). Wir verteilen jetzt N Oszillatoren per Zufall über unsere xy-Ebene. N_0 möge in den ersten, N_1 in den zweiten Elementarbereich fallen usw. Die im $(n+1)$ten Bereich gelegenen Oszillatoren liefern zur Gesamtenergie des Systems den Betrag

$$N_n n\varepsilon + \Sigma\varrho_n ,$$

wo sich die Σ auf die N_n Punkte in diesem Bereich bezieht. Ist N_n hinreichend groß (das dürfen wir stets annehmen, außer in gewissen Grenzfällen), so kann man, da die Punkte innerhalb des einzelnen Elementarbereiches gleichberechtigt sind, alle ϱ_n ersetzen durch ihren Mittelwert $\varepsilon/2$, also

$$\Sigma\varrho_n \text{ durch } N_n \frac{\varepsilon}{2} .$$

Die Gesamtenergie wird daher, wobei sich die Summe jetzt auf die verschiedenen Bereiche erstreckt:

$$\left.\begin{aligned} E &= \varepsilon \Sigma N_n n + \frac{\varepsilon}{2}\Sigma N_n \\ &= \varepsilon \Sigma N_n n + \frac{\varepsilon}{2} N . \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

Diese Gleichung stimmt mit der Gl. (2) der vorigen Nummer überein, bis auf den Term $\varepsilon N/2$, welcher aber, da er von den Verteilungszahlen N_n unabhängig ist, für die Bestimmung der wahrscheinlichsten Verteilung nicht von Belang ist. Die Gl. (1) und (3) der vorigen Nummer bleiben völlig ungeändert, letztere deshalb, weil die genauere Lage der Zustandspunkte innerhalb eines Elementarbereiches nicht unterscheidbar sein sollte und zwei Verteilungen daher als gleich gelten, sobald sie in den sämtlichen Zahlen N_n übereinstimmen. Infolgedessen bleiben auch alle weiteren Folgerungen ungeändert bestehen [in Gl. (6) hat man nur statt E zu schreiben $E - \varepsilon N/2$], einschließlich der Schlußformel (7)

$$N_n = N\left(1 - e^{-\frac{\varepsilon}{kT}}\right) e^{-\frac{n\varepsilon}{kT}} .$$

Nur bei der Berechnung der mittleren Energie ergibt sich eine Abweichung.

Dem Zusatzterm $\varepsilon N/2$ für die Gesamtenergie entspricht bei der mittleren Energie $U = E/N$ der Zusatz $\varepsilon/2$. Während wir in der vorigen Nummer auf die Plancksche Formel (6) des Textes geführt wurden, kommen wir daher hier zu

$$U = \frac{\varepsilon}{e^{\frac{\varepsilon}{kT}} - 1} + \frac{\varepsilon}{2} = \frac{\varepsilon}{2}\frac{e^{\frac{\varepsilon}{kT}} + 1}{e^{\frac{\varepsilon}{kT}} - 1} . \qquad (3)$$

Auch diese letztere Formel findet sich bei Planck, aber nicht in seiner ursprünglichen Theorie der Energiequanten, sondern als Folge seiner „neuen Strahlungshypothese“ (Verh. d. Deutschen Physik. Gesellsch. 1911, Nr. 3), sowie seiner „Hypothese der Quantenemission“ (Sitzungsber. d. Preuß. Akademie 1911, Nr. 35). In der Tat hat die vorstehende Darstellung mit den neuen Hypothesen von Planck das gemein, daß die Resonatorenergie

nicht mehr ein ganzes Vielfaches von $\varepsilon = h\nu$ ist, woraus sich auch die Gemeinsamkeit des Wertes von U erklärt. Um von hier aus zum Planckschen Strahlungsgesetz zu gelangen, muß man noch die Gl. (1) des Textes in solcher Weise abändern, wie es Planck in seiner „neuen Strahlungshypothese" tut.

Soviel ich sehe, ist der Standpunkt endlicher Zustandsbereiche, den wir in dieser Nummer durchgeführt haben, das Wesentliche der von Larmor vertretenen Auffassung des Strahlungsproblems (vgl. Bakerian Lecture, Proc. Roy. Soc. **83**, 82, 1909); jedoch kommt Larmor nicht zu unserer Gl. (3), sondern zu den Formeln der ursprünglichen Planckschen Theorie.

Auch Einstein operiert (Ann. d. Phys. **22**, 180, 1907) mit endlichen Zustandsbereichen, verteilt aber die Oszillatoren nicht gleichmäßig über die Zustandsebene, sondern konzentriert sie auf die Grenzen der Bereiche (das System unserer Ellipsen).

Hervorzuheben ist, daß bei dem in dieser Nummer eingenommenen Standpunkte die Quantenstruktur der Energie nur eine scheinbare ist und nur zustande kommt durch eine gewisse Struktur der Zustandsebene. Sehr schön ist, daß man hier der thermodynamischen Krücke [Gl. (7) des Textes] entraten kann, daß sich nämlich die Proportionalität des (scheinbaren) Energieelements ε mit der Schwingungszahl ν hier aus der Definition der Elementarbereiche von selbst ergibt.

Natürlich enthält auch die Annahme endlicher Zustandsbereiche etwas Neues, von der gewöhnlichen Statistik weit Abliegendes. Wenn auch in der vorstehenden abstrakten Form physikalisch wenig befriedigend, scheint sie mir doch vielversprechend in Hinsicht auf das wichtige Problem, aus der Hypothese des Wirkungsquantums die Statistik der Energiequanten zu entwickeln.

4) Vgl. Baltimore Lectures, Appendix B.

5) Der ziemlich verzweifelte Ausweg, den Boltzmann vorschlägt (Gastheorie II, S. 131: Der Wert der spezifischen Wärme solle von der Beobachtungsdauer abhängen, wenn letztere zur Erreichung des statistischen Gleichgewichtes nicht ausreicht), zeigt deutlich den Grad der Ratlosigkeit der alten Statistik.

6) Ann. d. Phys. **22**, 180, 1907.

7) z. B. Sitzungsber. d. Preuß. Akadamie 1910, S. 262; 1911, S. 306 und 316, sowie 65 (Festrede).

8) Ebenda 1911, S. 494.

9) Ann. d. Phys. **35**, 679, 1911.

10) Diese Zeitschr. **11**, 609, 1910.

11) Nernst untersucht unter diesem Gesichtspunkt das Gleichgewicht Eis—Wasserdampf, Verhandl. d. Deutschen physikal. Gesellsch. **12**, 565, 1910.

12) Communications from the Physical Laboratory, Leiden, Nr. 119, 120, 122.

13) Communications Nr. 119. Die gemeinte Willkür betrifft mehr die hohen Temperaturen, für die die Quantentheorie ja eigentlich nicht zuständig ist, wie die tiefen, und besteht darin, daß man die freie Weglänge der Elektronen (schon in der alten Elektronentheorie) proportional $T^{-1/2}$ setzt, um dadurch den Temperaturkoeffizienten des Widerstandes 1/273 zu gewinnen. An die Stelle von $(\varepsilon T)^{-1/2}$ tritt dann bei Kamerlingh Onnes nach der Quantenauffassung konsequenterweise $U^{-1/2}$, wo U die Plancksche Resonatorenergie, und an die Stelle von 1/273 ein etwas größerer Widerstandskoeffizient.

14) Communications, Nr. 122.

15) Schweizer Naturforschende Gesellschaft, Versammlung 1911 zu Solothurn.

16) Ann. d. Phys. **17**, 132, 1905; **20**, 199, 1906.

17) Besonders bemerkenswert, weil sie ein Licht in das Dunkel der Spektrallinien zu werfen scheint, dürfte die von Stark aufgestellte und von Steubing experimentell geprüfte Hypothese sein, daß sich die violette Grenze des Bandenspektrums eines Gases (gemessen durch die Schwingungszahl ν) berechnen läßt aus der Ionisierungsspannung $\mathcal{J}$ dieses Gases (gemessen durch die kinetische Energie des ionisierenden Elektrons) nach der Formel

$$\mathcal{J} = h\nu.$$

Vgl. Stark, diese Zeitschr. **9**, 85, 1908 und Ann. d. Phys. **14**, 525, 1904; Steubing, diese Zeitschr. **10**, 787, 1909.

18) Ann. d. Phys. **17**, 145, 1905.

19) Ann. d. Phys. **8**, 169, 1902.

20) Sitzungsber. d. Bayer. Akademie, Jahrg. 1911, S. 1.

21) Das Weltlinienelement ds ist bis auf den Faktor ic identisch mit dem Element der Minkowskischen Eigenzeit.

22) Vgl. hierzu Planck, Dynamik bewegter Systeme (Sitzungsber. d. Preuß. Akademie 1907, S. 561), wo derselbe Gedanke für ein beliebiges thermodynamisches System ausgeführt wird.

23) Man stelle sich zu dem Ende den zeitlichen Verlauf von W vor. W ist ebenso wie x und $\dot{x}$ eine schnell oszillierende Funktion, von langsam veränderlicher Amplitude. Soll W erstmalig den Wert $h/2\pi$ erreichen, wie wir es nach unserer Grundhypothese verlangen, so kann dies nur in der Nähe eines Maximums geschehen, weil anderenfalls schon in der vorangehenden Schwingung der Wert $h/2\pi$ erreicht worden wäre. Wir haben also für unsere Akkumulationszeit $t = \tau$:

$$\frac{dW}{dt} = 0 \quad \text{oder} \quad T = U, \text{ d. h. } \dot{x}^2 = \frac{f}{m} x^2.$$

Nun bestimmt $\sqrt{\frac{f}{m}}$ die Eigenfrequenz n_0 der freien Schwingung des Elektrons. Also wird für $t = \tau$:

$$\dot{x} = n_0 x \quad \text{und} \quad \frac{m}{2} x\dot{x} = \frac{1}{n_0} \frac{m}{2} \dot{x}^2 = \frac{T}{n_0},$$

wie zu beweisen war.

24) Debye und ich sind noch damit beschäftigt, die genaueren statistischen Rechnungen bei endlicher spektraler Breite durchzuführen. Prinzipielle Schwierigkeiten scheinen nicht aufzutreten.

25) Diese Zeitschr. **12**, 338, 1911.

26) Wie in Anm. 23 gezeigt, ist im Momente der Befreiung des Elektrons $U = T$, also im Resonanzfalle:

$$\frac{f}{2} x^2 = h\nu, \quad x = \sqrt{\frac{2h\nu}{f}}$$

oder wegen $\frac{f}{m} = n^2 = (2\pi\nu)^2$

$$x = \sqrt{\frac{h}{\pi m n}}.$$

Hieraus mit $h = 6{,}55 \cdot 10^{-27}$, $m = 0{,}9 \cdot 10^{-27}$ und beispielsweise $n = 2\pi \cdot 10^{15}$:

$$x = 1{,}9 \cdot 10^{-8}.$$

Für ultrarote Schwingungen würde x erheblich größer werden; hier handelt es sich aber auch nicht mehr um Elektronen-, sondern um Ionenschwingungen.

Diskussion.

Stark: Der Vortragende hat davon gesprochen, daß ein Elektron ohne Dämpfung auf eine einfallende monochromatische Strahlung resoniert, so lange, bis ein Wirkungsquantum, oder in der Planck-Einsteinschen Ausdrucksweise, ein Energiequantum in ihm angehäuft sei. Ich möchte fragen, ob eine Rechnung darüber angestellt worden ist, wie groß denn die Zeitdauer ist, welche die Resonanz bis zur Aufhäufung eines Lichtquantums beansprucht. Diese Frage liegt darum nahe, weil ja gerade Lorentz in diesem Punkt eingehende Rechnungen angestellt hat und darauf hingewiesen hat, daß die Zeiten, die man selbst bei vollkommener Resonanz ohne Dämpfung zur Erklärung der maximalen kinetischen Energie im lichtelektri-

schen Effekt annehmen müßte, so groß sind, daß sie sich der Größenordnung nach nicht in Übereinstimmung mit den wirklich beobachteten Verhältnissen bezüglich Intensität und maximaler kinetischer Energie der emittierten Elektronen bringen lassen.

Sommerfeld: Die Größen, die Lorentz für die Zeitdauer τ findet, gelten natürlich hier für monochromatisches Licht in derselben Größenordnung. Man kann nun zeigen, daß unsere Ergebnisse nicht auf monochromatisches Licht beschränkt sind, und man muß das zeigen, denn monochromatisches Licht gibt es nicht. Wenn man nun natürliches Licht auffallen läßt, und die für monochromatisches Licht gefundenen Gesetze bleiben bis auf die erwähnte Streuung bestehen, so ist die Schwierigkeit der Zeitdauer ausgeschaltet.

Stark: Das Licht, das bei spektraler Zerlegung angewendet wurde, war doch praktisch monochromatisch. Ladenburg hat mit den Linien des Quecksilberlichtbogens gearbeitet. Deren Frequenzbereich ist sehr klein.

Haben Sie für einen bestimmten Frequenzbereich die Rechnung durchgeführt? Z. B. für eine Spektrallinie von der Breite 1 Angström-Einheit?

Sommerfeld: Ja, für eine Spektrallinie.

Stark: Ein solches Resultat wäre im Zusammenhalt mit der Rechnung von Lorentz allerdings erstaunlich. Es wird wohl die genaue Mitteilung der Rechnung folgen.

Einstein: Wäre die Zeit, die zu einem vollkommenen Absorptionsakt nach der vorgetragenen Theorie nötig ist, nicht so groß, daß sie der Beobachtung zugänglich wäre? In diesem Falle wäre die experimentelle Untersuchung von höchstem Interesse.

Sommerfeld: Ich glaube, es würde möglich sein, die theoretische Akkumulationszeit mit dem Experiment zu vergleichen.

Stark: Läßt sich die mitgeteilte Resonanztheorie auch auf die Emission von Kathodenstrahlen durch Röntgenstrahlen ausdehnen? Dieses wäre zu verlangen, da das Phänomen doch ganz analog dem lichtelektrischen Effekt ist.

Sommerfeld: Ich hoffe.

Koenigsberger: Die spezifische Wärme bei konstantem Volumen übersteigt bei mehreren metallischen Elementen den Wert 6 bei hoher Temperatur. Auch kann die spez. Wärme durch die ursprüngliche Einsteinsche Formel bei Metallen nicht dargestellt werden; während sie bei einem Isolator wie Diamant viel besser stimmt. Vielleicht müssen doch die freien Elektronen in Metallen berücksichtigt werden. Daher scheint mir der Verlauf der spez. Wärme mehr qualitativ als quantitativ eine Stütze der Quantentheorie zu sein.

Rubens: Es lassen sich doch wohl mit der Einsteinschen Formel die Nernstschen Versuche über spez. Wärme bei tiefen Temperaturen vollständig darstellen, wenn man nicht bei einer einzelnen Schwingung stehen bleibt, sondern viele Eigenfrequenzen annimmt, wie dies die Einsteinsche Formel ja auch voraussetzt.

Br. Glatzel (Charlottenburg), Eine Maschine zur Demonstration von Wechselstromvorgängen. (Mit Tafel XIII.)

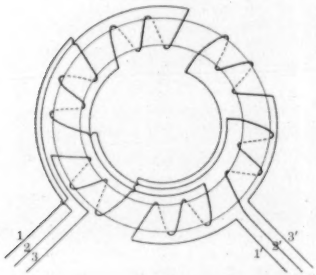
Die nachstehend beschriebene kleine Maschine habe ich bauen lassen, um in einfacher Weise experimentell die Erscheinungen zeigen zu können, welche sich bei Zusammensetzung von Wechselströmen verschiedener Phase und Periodenzahl ergeben. Man hätte diese Aufgabe auch in der Weise lösen können, daß man in Verbindung mit der Generator-Wechselstrommaschine oder dem Wechselstromnetz ein zweites Aggregat verwandte, welches aus Motor und Generator besteht und hätte es dann in der Hand gehabt, durch entsprechende Regulierung des Antriebsmotors der zweiten Maschine die Periodenzahl des zweiten Wechselstromes in der gewünschten Weise zu verändern. Jedoch wäre es bei dieser Anordnung etwas schwierig gewesen, auch beliebige Phasendifferenzen herzustellen. Überdies würden sich Schwankungen in der Umdrehungsgeschwindigkeit der beiden Wechselstromgeneratoren recht störend bemerkbar machen, da die beiden Maschinen gänzlich unabhängig voneinander sind. Um diese Schwierigkeiten zu umgehen, wurde die Anordnung so getroffen, daß der Primärwechselstrom einen Drehstrommotor antreibt, auf dessen Anker außer der Motorkurzschlußwicklung noch eine zweite offene Wicklung angebracht ist, aus welcher Strom entnommen werden kann. Steht der Anker dieser Maschine still, so wird in der zweiten Wicklung ein Wechselstrom von derselben Periodenzahl erzeugt, wie es die des Drehfeldes ist, und man erhält auf diese Weise zwei Wechselströme mit einstellbarer Phase[1]): 1. aus der Primärmaschine, 2. aus der Ankerwicklung der Sekundärmaschine, welche nach Belieben zusammengesetzt werden können. Läuft dagegen der Anker der Sekundärmaschine mit irgendeiner Geschwindigkeit, so hat der Sekundärstrom eine Periodenzahl entsprechend der Schlüpfung des Ankers.

Bevor ich nun auf die Versuche im einzelnen eingehe, soll an der Hand der Figuren 1, 2

1) Vgl. näheres unter I.

und 3[1]) die Konstruktion der Maschine kurz beschrieben werden. Fig. 1 gibt ein Gesamtbild der Maschine.

Der Stator, welchen Fig. 2 schematisch darstellt, ist mit einer Dreiphasenwicklung versehen, deren sechs Enden zu Klemmen herausgeführt

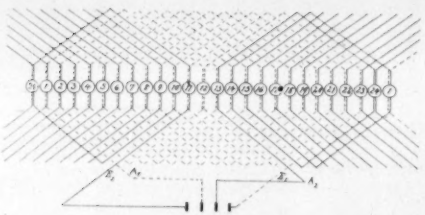


Stator.

Wicklung: 18 Nuten, pro Nute 150 Drähte, 0,5 mm isoliert, 2><*B*, Nr. 160. Schaltung: 3 Phasenwicklung, offen, zweipolig, 3 Nuten pro Phase und Pol.

Fig. 2.

sind, so daß es möglich ist, je nach den Betriebsverhältnissen entweder die Maschine in Dreieck- oder Sternschaltung zu verwenden. Auf dem Anker, welcher, um die Reibung möglichst herabzusetzen, in Kugellagern läuft, ist außer der Kurzschlußwicklung noch die zweite Generatorwicklung angebracht. Diese besteht, wie aus Fig. 3 ersichtlich ist, aus zwei Teilen, welche symmetrisch über sämtliche Nuten des Ankers verteilt und dann getrennt zu zwei



Rotor.

Wicklung: 24 Nuten, pro Nute 60 Drähte, 0,25 mm isoliert, 2>< *S*, pro Spule 30 Windungen, Nutenschritt 1 : 12. Schaltung: 1 Phasenwicklung, zweipolig in zwei Gruppen, beide Gruppen zu getrennten Schleifringen geführt.

Fig. 3.

1) Die Figuren 1, 4—9 befinden sich auf besonderer Tafel (XIII).

Schleifringpaaren herausgeführt sind. Die Wicklungen können hintereinander geschaltet werden, so daß sich die in ihnen erzeugten elektromotorischen Kräfte addieren (offene Ankerwicklung), oder so, daß sie sich aufheben (geschlossene Ankerwicklung), wobei im letzteren Falle die Stromabnahme nach außen parallel zu der geschlossenen Wicklung an zwei gegenüberliegenden Punkten des Ankers erfolgt. Die Wicklungs- und Konstruktionsdaten der Maschine sind ebenfalls in Fig. 2 und 3 angegeben. Um dem Anker verschiedene Schlüpfungen erteilen zu können, ist auf seine Welle eine Kupferscheibe aufgesetzt, welche in dem Felde eines Elektromagneten läuft und als Wirbelstrombremse wirkt, so daß man durch Regulierung der Stromstärke im Magneten die auf die Maschine wirkende Bremskraft in einfacher und genauer Weise einstellen kann. Um den Gleichförmigkeitsgrad zu erhöhen, ist an der Kupferscheibe noch eine schwere Bleimasse angebracht. Eine weitere Regulierung der Tourenzahl der Maschine, welche insbesondere bei kleineren Geschwindigkeiten zusätzlich wirken soll, ist in der Weise ausgeführt, daß auf einer seitlichen Verlängerung der Achse Luftdämpferflügel angeordnet sind, welche durch einen besonderen Zahntrieb mit Mikrometerschraube während der Drehung des Ankers verstellt werden können, so daß man die dämpfende Wirkung auch hierdurch regulieren kann. Auf der anderen Seite der Achse ist eine schwarze Scheibe angebracht, welche einen weißen Durchmesser-Strich trägt, um bei Beleuchtung mit einer Wechselstrombogenlampe die bekannten Erscheinungen des wandernden bezw. stillstehenden Sternes zeigen zu können.

Es lassen sich nun in Verbindung mit einer Braunschen Röhre die nachstehend beschriebenen Versuche anstellen. Ohne hierbei auf die Einzelheiten der Versuchsanordnung einzugehen, möchte ich doch wenigstens einige kurze Bemerkungen über die Braunsche Röhre, welche ich verwendet habe, machen. Dieselbe ist nach sehr vielen Vorversuchen von der Firma E. Gundelach, Gehlberg[1]), hergestellt worden und hat sich bisher ausgezeichnet bewährt, insbesondere auch, was die Ruhe und Leuchtwirkung des Lumineszenzfleckes anbetrifft[2]). Die Röhre ist gleichzeitig mit einer elektrostatischen Ablenkungseinrichtung versehen, welche eine Empfindlichkeit von 10 mm gleich etwa

1) Ich möchte an dieser Stelle nicht verfehlen, der Firma E. Gundelach für das außerordentlich liebenswürdige Entgegenkommen, welches sie mir bei den vielen Versuchen bewiesen hat, meinen Dank auszusprechen.

2) Zum Betriebe der Röhre wurde eine Starkstrom-Influenzmaschine von A. Wehrsen in Berlin verwendet, welche eine Stromstärke von etwa 0,5 Milliamp. ergab und sich besonders in bezug auf Konstanz sehr gut bewährte.

80 Volt besitzt und vollkommen sicher arbeitet. Obwohl nun der Leuchtpunkt der Röhre schon an und für sich recht sauber und verhältnismäßig klein war, habe ich es doch vorgezogen, zur weiteren Erhöhung der Helligkeit und Verkleinerung des Lichtpunktes noch ein longitudinales Magnetfeld zu benutzen, wie es bereits mehrfach[1]) angegeben worden ist. Man erhält dann bei passender Einstellung eine außerordentliche Schärfe und Helligkeit des Lichtpunktes, wie aus den im folgenden wiedergegebenen Photographien von Schwingungsvorgängen erkennbar ist. Für Demonstrationszwecke habe ich mir noch bei E. Gundelach eine Röhre gleicher Konstruktion, jedoch mit einem Leuchtschirm von etwa 14 cm Durchmesser anfertigen lassen. Diese Röhre besitzt mit Rücksicht auf die Anbringung einer Magnetspule für das Longitudinalfeld an Stelle der üblichen langen Anode lediglich eine kurze Anschlußöse. Auch diese Röhre hat sich ausgezeichnet bewährt.

I. Herstellung verschiedener Phasenverschiebungen.

Es wurden entweder eine oder beide Wicklungen des Ankers in der offenen Schaltung mit einer Ablenkungsspule der Braunschen Röhre hintereinander geschaltet, während der Primärwechselstrom durch eine zweite Spule hindurchgeleitet wurde. Beide Ablenkungsspulen waren senkrecht zueinander gestellt. Bringt man nun den Anker der kleinen Maschine in verschiedene Stellungen relativ zum Stator, so erhält man infolge der Spulenwirkung des Ankers und bei Einregulierung auf gleiche Maximalablenkungen des Kathodenstrahlenbündels die bekannten Phasenfiguren, Kreis, Ellipse, gerade Linie, wie sie in Fig. 4 dargestellt sind.

II. Erzeugung von Schwebungen durch Wechselströme verschiedener Periodenzahl.

Bringt man die beiden Ablenkungsspulen in dieselbe Richtung zur Braunschen Röhre und läßt man den Anker der Maschine mit geringer Schlüpfung laufen, so erhält man in der einen Spule einen Wechselstrom von etwas niedrigerer Periodenzahl als in der vom Speisestrom durchflossenen. Die Summationswirkung beider Wechselströme ergibt dann Schwebungen. Diese sind um so langsamer, je geringer die Differenz in der Periodenzahl ist und an dem langsamen Auf- und Abschwanken des Lumineszenzfleckes sehr schön erkennbar. Um sie photographisch zu fixieren, wurde von dem Leuchtfleck mittels eines Objektivs ein scharfes Bild auf einer photographischen Platte entworfen, welche mit mäßiger Geschwindigkeit vorbeigezogen werden konnte. Das Resultat ist in Fig. 5 dargestellt.

In dieser Figur ist besonders die durch Anwendung des longitudinalen Magnetfeldes erzielte außerordentliche Schärfe und Feinheit des Lumineszenzfleckes erkennbar.

Man kann die Anordnung zur Erzeugung von Schwebungen auch so treffen, daß man nicht zwei getrennte Ablenkungsspulen verwendet, sondern die beiden Wechselströme verschiedener Periodenzahl durch dieselbe Spule leitet, nur ist es dann erforderlich, die Dimensionen dieser Ablenkungsspule passend zu wählen, da im allgemeinen die beiden Wechselströme mit verschiedener Spannung erzeugt werden. Dies bringt jedoch für die Einstellung auf gleiche Maximalausschläge gewisse Schwierigkeiten mit sich, so daß ich meist die zuerst angegebene Anordnung vorziehe.

Im Anschluß hieran mag noch auf eine andere Möglichkeit hingewiesen werden, Schwebungen zu erzeugen, bei welcher das Prinzip der Abstimmung verwertet wird. Liefert z. B. eine Maschine keinen rein sinusförmigen Wechselstrom, so kann man in dem Schließungskreis durch geeignete Wahl der Größe von Selbstinduktion und Kapazität (Hintereinanderschaltung) mittels Abstimmung einzelne Oberschwingungen herausholen[1]). Wählt man die Konstanten des Schließungskreises so, daß die Abstimmung annähernd etwa für die 17. Oberschwingung richtig ist, so erhält man in dem Schließungskreis gleichzeitig auch noch die nächst höhere bzw. tiefere Oberschwingung, und beide ergeben dann durch ihr Zusammenwirken Schwebungen. Diese sind wesentlich schneller, als die mit der oben beschriebenen Demonstrationsmaschine hergestellten und konnten daher nicht mit einer vorbeigezogenen Platte registriert werden, weil hierfür die Leuchtwirkung der Braunschen Röhre nicht mehr genügt hätte. Es wurde daher das Verfahren angewendet, eine Trommel, auf welche der photographische Film aufgelegt war, synchron rotieren zu lassen, da bei einer solchen Anordnung die Bewegungen des Lumineszenzfleckes durch eine Daueraufnahme registriert werden konnten. Der synchrone Antrieb der Trommel wurde durch direkte Kuppelung mit der Wechselstrommaschine mittels einer biegsamen Welle ausgeführt. Fig. 6 zeigt eine so erhaltene Aufnahme mit einer Belichtungszeit von etwa 5 Minuten, Fig. 7 eine solche bei

1) Vgl. H. Diesselhorst, Verh. d. D. Phys. Ges. **9**, 318—320, 1907.

1) E. Orlich, Aufnahme und Analyse von Wechselstromkurven (Elektrotechnik in Einzeldarstellungen VII). Braunschweig, Vieweg & Sohn, 1906.

etwas geänderter Abstimmung von Selbstinduktion und Kapazität.

Für derartige Versuche ist jedoch nicht jede Wechselstrommaschine geeignet, da im allgemeinen die höheren Oberschwingungen nicht vorhanden sind. Die von mir benutzte Maschine war eine kleine Versuchsmaschine mit etwa $^1/_2$ P.S.-Leistung, welche vor vielen Jahren von der Union, E. G., gebaut und mir für meine Versuche von Herrn Ministerialdirektor Dr. Micke in seinem Privatlaboratorium[1]) zur Verfügung gestellt war.

III. Darstellung Lissajousscher Figuren durch Wechselströme verschiedener Periodenzahl.

Die beiden Ablenkungsspulen werden wiederum senkrecht zueinander gestellt, aber der Anker der Maschine jetzt in Umdrehung versetzt, so daß nunmehr zwei Wechselströme verschiedener Periodenzahl senkrecht zueinander kombiniert werden. Je nach dem Verhältnis der Schwingungszahlen erhält man dann die in Fig. 8 und 9 dargestellten Lissajousschen Figuren[2]).

Bei Fig. 8 sieht man auf dem Schirm der Röhre sehr schön, daß diese Figur als Schnitt zweier Zylinderbewegungen entsteht, da sich die Kreuzungspunkte auf dem Mantel eines Zylinders zu bewegen scheinen. Bei passender Einregulierung der Wirbelstrom- bzw. Luftbremse kann man die Figuren für längere Zeit fast vollkommen stehend auf dem Schirm der Braunschen Röhre erhalten. Gleichzeitig kann das Verhältnis der Periodenzahlen beider Wechselströme auch durch die Beobachtung der rotierenden schwarzen Scheibe mit dem weißen Strich bei Beleuchtung mit einer vom Primärstrom gespeisten Bogenlampe festgestellt werden.

Die Maschine gestattet ferner, wenn man die offene Ankerwicklung mit einem Kollektor versieht, die Eigenschaften der Einphasenrepulsionsmotore vorzuführen. Endlich kann sie, was ebenfalls für manche Zwecke wertvoll ist, als selbstanlaufender Synchronmotor verwendet werden. Durch die Kurzschlußwicklung wird nämlich der Anker infolge der geringen Reibungsverluste bis nahe an den Synchronismus herangebracht, so daß er beim Einschalten von Gleichstrom im Anker leicht den kleinen Sprung auf vollen Synchronismus ausführen kann. Für diesen Versuch empfiehlt es sich allerdings, die Maschine nicht wie im vorliegenden Falle zweipolig, sondern vierpolig zu wickeln, da bei der niedrigeren Tourenzahl die Verluste wesentlich geringer sind.

Die mitgeteilten Resultate sollen nur kurz einige der Anwendungen zeigen, welche die kleine Maschine ermöglicht. Ich glaube, daß sie als Universalmaschine zur Demonstration von Wechselstromvorgängen auch noch anderweitig mit Erfolg verwendet werden kann.

Diskussion.

Diesselhorst: Die schönen Versuche, die der Herr Vortragende mit seiner Maschine in Verbindung mit der Braunschen Röhre demonstriert hat, haben gezeigt, wie modern auch heute noch die von unserm Herrn Vorsitzenden vor langen Jahren konstruierte Röhre ist, und welche vielfache Anwendung sie zuläßt. Ich möchte mir erlauben, darauf hinzuweisen, daß man eine Anzahl der Demonstrationen auch auf anderem Wege, ohne die Glatzelsche Maschine, erhalten kann, nämlich die Lissajousschen Figuren. Diese kann man mit der Braunschen Röhre erhalten, wenn man den Poulsenschen Lichtbogen zu Hilfe nimmt. Wenn man zwei Schwingungskreise an den Lichtbogen legt, lassen sich ihre Schwingungsperioden leicht in ein ganzzahliges Verhältnis bringen und wegen der sinusförmigen Stromkurve lassen sich dann Lissajoussche Figuren von ziemlich hohen Verhältniszahlen herstellen, die außerordentlich schöne Demonstrationsobjekte bilden. Man hat bei diesen schnellen Schwingungen noch den besonderen Vorteil, elektrostatische Ablenkungen mit äußeren Elektroden bewirken zu können, da die störenden Aufladungen der Röhrenwand den schnellen Wechseln nicht zu folgen vermögen. Solche Versuche wurden vor drei Jahren von Herrn R. Schmidt und mir ausgeführt, und in der Physikalischen Gesellschaft in Berlin gezeigt. Dabei erwies sich gleichfalls die Anwendung eines longitudinalen Magnetfeldes als sehr zweckmäßig, um die Intensität des Lichtfleckes in der Röhre zu erhöhen, und ich möchte sehr empfehlen, daß alle, die mit der Braunschen Röhre arbeiten, diese schon mehrfach benutzte, aber trotzdem meines Wissens ziemlich unbekannt gebliebene Methode anwenden.

Glatzel: Die Anordnung mit Hochfrequenzschwingungen, welche Herr Diesselhorst seinerzeit in Berlin vorgeführt hat, besitzt, wie auch von ihm erwähnt, den Vorzug, daß man es stets mit rein sinusförmigen Schwingungen zu tun hat, während die in dem Anker meiner Maschine erzeugten Wechselströme im allgemeinen nur genügend

1) Ich möchte nicht verfehlen, auch an dieser Stelle Herrn Ministerialdirektor Dr. Micke für seine liebenswürdige Unterstützung meinen verbindlichsten Dank auszusprechen.

2) Fig. 9 stellt infolge des Vorhandenseins von Oberschwingungen keine reine Lissajoussche Figur dar.

sinusförmig sind, wenn ihre Periodenzahl nicht kleiner als etwa der 4. Teil derjenigen des Primärwechselstromes ist; wenigstens ist dies bei der ersten Versuchsmaschine der Fall gewesen. Infolgedessen erhält man für die Verhältnisse 1 : 2 und 1 : 3 reine Lissajoussche Figuren, für die höheren Verhältnisse dagegen nicht, so daß hierfür das Diesselhorstsche Verfahren zweckmäßiger ist, weil es durchaus reine Figuren ergibt.

F. Neesen (Berlin), Über das Ätherkalorimeter.

Den Anlaß zu einer erneuten Prüfung des von mir früher angegebenen und zur Untersuchung der Erwärmung durch Funkenentladung erfolgreich benutzten Ätherkalorimeter gab eine Arbeit von Duane[1]) über Wärmeentwicklung aktiver Körper. Der französische Forscher benutzte eine Vorrichtung, welche zunächst äußerlich der von mir vorgeschlagenen sehr ähnlich ist, vermutlich ohne die letztere zu kennen. In der Art der Messung ist aber doch ein wesentlicher Unterschied, welcher mir es wünschenswert erscheinen ließ, festzustellen,

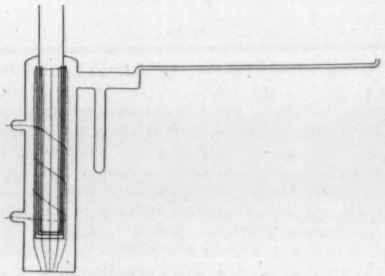


Fig. 1.

wo die größere Empfindlichkeit wäre. Die ältere Anordnung ist in Fig. 1 und 2 dargestellt.

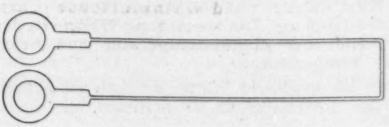


Fig. 2.

1) C. R. und Radium 1910.

In einen Glaszylinder ist eine mit Docht umgebene Röhre eingeschmolzen. Um den Docht geht eine Erwärmungsspirale. An das Glasgefäß setzt sich eine weitere Röhre an, die in eine Kapillare mündet. Diese Kapillare führt zu einem zweiten ganz ähnlichen Gefäß. Der Apparat von Duane ist in Fig. 3 dargestellt, welche ohne weiteres nach dem Vorhergesagten verständlich erscheint.

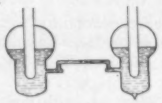


Fig. 3.

Ich will die zugeführte Wärme dazu benutzen, flüssigen Äther zu verdampfen und die dabei eintretende Volumänderung zur Messung verwenden. Duane dagegen benutzt die durch Temperaturänderung hervorgerufene Änderung der Dampfspannung und mißt dieselbe durch den sich ausbildenden Niveauunterschied in beiden Gefäßen.

Von wesentlicher Bedeutung erscheint es, daß nach der Anordnung von Duane das Rohr, welches die zu bestimmende Wärme aufnimmt, fast ganz von flüssigem Äther umgeben ist, während bei mir durch die Dochtanordnung nur eine kleine Menge in flüssigem Zustande dieses Rohr umgibt.

Für den beabsichtigten Vergleich ersetzte ich das eine der beiden Gefäße in Fig. 2 durch ein größeres, horizontal liegendes Glasrohr am Ende der Kapillare, aus welcher nach Belieben mehr oder weniger Äther in das Kalorimeter übergeführt werden konnte. Beobachtet wurde nun die Empfindlichkeit in folgenden Fällen:

1. wenn das große Glasgefäß so mit Äther aufgefüllt ist, daß die innere Röhre bis zu verschiedenen Höhen eintauchte,

2. wenn die innere Röhre nicht in den flüssigen Teil eintauchte, aber durch Neigen des ganzen Apparates flüssiger Äther das an dem Ende der Kapillare angebrachte horizontale Gefäß teilweise auffüllte und dabei in die Kapillare überging, so daß durch Verschiebung der Flüssigkeit in der Kapillaren die Oberfläche in dem weiteren Teil bzw. gesenkt wurde, sich somit eine Änderung des hydrostatischen Druckes einstellte,

3. wenn, wie bei 2, die innere Röhre nicht in den flüssigen Teil eintauchte, der Apparat aber so geneigt ist, daß das Ende der Kapillaren nicht den flüssigen Teil des in dem

horizontalen Gefäß befindlichen Äthers berührte, sondern als Abschluß nur ein kleiner Tropfen innerhalb der Kapillare diente.

Die Anordnung 1 ist die unempfindlichste, der erzielte Ausschlag war geringer, die Versuchsdauer länger, weil die zu messende Wärme auf Äthermasse übergehen mußte. Als Beispiele führe ich an folgende Ausschläge für dieselbe Wärmemenge:

bei Anordnung 1 2,5,
bei Anordnung 3 119,0.

Ganz in Übereinstimmung steht es, daß der Ausschlag um so geringer ausfällt, je tiefer die Röhre in den flüssigen Teil eintaucht.

Anordnung 2 gab bei einer anderen Kapillaren Ausschlag 6,4, während Anordnung 3 31,2 gab. Es ist also die von mir schon früher benutzte Anordnung weitaus die empfindlichste. Selbstverständlich steigen mit dieser großen Überlegenheit aber auch die Schwierigkeiten des Versuchs, die besonders von der Eigenbewegung herrühren. Die früher vielfach als großer Übelstand vermerkte Bildung von kleinen Tropfen konnte jetzt vollständig vermieden werden.

Ein Vergleich der von Duane erhaltenen Zahlen mit den meinigen bestätigt das soeben Gesagte. Ich habe 2 Kapillaren benutzt, die eine von 2 mm, die andere von 1 mm Durchmesser. Duane hatte eine Kapillare von $^1/_2$ mm Durchmesser.

Nun ergibt das Kalorimeter einen Ausschlag von 1 mm bei einer Kapillaren von 2 mm für 0,00155 cal, bei einer Kapillaren von 1 mm für 0,000323 cal, also in letzterem Falle ungefähr die 4mal größere Empfindlichkeit entsprechend dem 4mal kleineren Durchschnitt. Darnach würde eine Kapillare von 0,5 mm einen Ausschlag von 1 mm für 0,00008 cal geben.

Duane erzielte aber nur 1 mm Ausschlag für 0,00017 cal.

Auch diese Zahl ist nicht direkt mit der vorigen Zahl zu vergleichen, weil Duane zehnfache Vergrößerung seiner Bewegung ablas.

Für die Empfindlichkeit des Kalorimeters ist von sehr großer Bedeutung, wieviel Luft noch neben dem Ätherdampf vorhanden ist. Auch Duane weist hierauf hin. Je weniger Luft, desto größer die Empfindlichkeit. Vor dem Abschmelzen lasse ich daher den Äther unter vermindertem Druck längere Zeit sieden. Eine gute Luftleere erkennt man leicht daran, daß 2 Tropfen, die sich in der Kapillare getrennt gebildet haben, bei Bewegung zusammenfließen.

Wechselnde Beleuchtung des Apparates gibt große Störungen, so daß ich stets bei künstlicher Beleuchtung beobachte. Die Regelung der Eigenbewegung wird durch elektrischen Strom bewirkt, entweder mittelst der genannten Heizspirale um den Docht oder die langsamere, aber vielleicht günstiger wirkende Erhitzung des inneren Glases. Die Füllung des letzteren mit Flüssigkeit zur Aufnahme des auf seinen Wärmeinhalt zu untersuchenden Körpers ist ausgeschlossen, weil die Oberflächenänderung bei Einfüllen dieses Körpers zu große Störungen hervorruft. Das innere Rohr ist daher innen und außen mit einem Kupferzylinder umgeben.

Zur Erwärmung der zu untersuchenden Körper benutze ich mit Vorteil seit Jahren die Anordnung Fig. 4. Eine Röhre *n* ist von einer

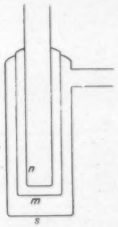


Fig. 4.

zweiten *m* umgeben, so daß sich ein Luftmantel zwischen beiden bildet. *m* sitzt in einem weiteren Gefäß *s*, das mit Wasser gefüllt wird. Das Ganze kommt in ein Warmbad, welches von dem Kalorimeter möglichst weit aufgestellt ist, womöglich in einem anderen Raum. Nachdem konstante Temperatur eingetreten, wird das Gefäß *s* aus dem Warmbad genommen und zum Kalorimeter gebracht. Durch Umkippen läßt man den in *n* befindlichen Körper in das Kalorimeter fallen. Die Luft zwischen *m* und *n* und das Wasser zwischen *s* und *m* hindern eine merkliche Wärmeabnahme dieses Körpers während der Überführung vom Erwärmungsplatz.

Karl Scheel und Wilhelm Heuse (Charlottenburg), Die spezifische Wärme c_p der Luft bei Zimmertemperatur und tiefen Temperaturen [1]).

Die spezifische Wärme der Luft wurde nach der Strömungsmethode bestimmt, die zuerst

1) Mitteilung aus der Physikalisch-technischen Reichsanstalt. Gekürzter Bericht; die ausführliche Veröffentlichung erscheint in den Annalen der Physik.

von Callendar und Barnes[1]) zur Untersuchung der spezifischen Wärme des Wassers benutzt worden ist, und welche die mittlere spezifische Wärme über ein sehr kleines Temperaturintervall, also nahezu die wahre spezifische Wärme liefert.

Das Prinzip der Strömungsmethode ist kurz folgendes: Durch ein Rohr (das eigentliche Kalorimeter) fließt ein konstanter Gasstrom; die in der Sekunde hindurchgehende Gasmenge sei Q. Dem Gase wird in der Mitte des Rohres mit Hilfe eines Heizdrahtes eine Wärmemenge elektrisch zugeführt, deren Betrag pro Sekunde der Leistung A äquivalent ist. Erfährt der Gasstrom nach Eintritt des stationären Zustandes hierdurch eine Temperaturerhöhung Δt, so ist die spezifische Wärme des Gases, wenn keine Wärmeverluste stattfinden, in elektrischem Maße $\frac{A}{Q \cdot \Delta t}$; sind die Wärmeverluste pro Sekunde einer Leistung λ äquivalent, so wird die spezifische Wärme $c_p = \frac{A - \lambda}{Q \cdot \Delta t}$.

Der Wert von λ, welcher bis auf wenige Promille von A herabgedrückt werden konnte, wurde durch Variation der Versuchsbedingungen bestimmt.

Das aus Glas gefertigte Kalorimeter ist in der Figur in seiner endgültigen Form dargestellt. Das auf die konstante Versuchstemperatur gebrachte Gas tritt von unten her in das Kalorimeter ein, passiert eine aus glastechnischen Gründen vorhandene Spirale und gelangt nach Durchströmen zweier Glasmäntel C und B in das innere Rohr A, welches die Heizvorrichtung enthält. Zur Messung der Temperaturen des ein- und des austretenden Gases dienen Platinwiderstandsthermometer P_1 und P_2; das Thermometer P_2 ist verschiebbar und erlaubt das Temperaturgefälle im Rohre A zu messen. Das Ganze ist von einem evakuierten, innen versilberten Glasmantel umgeben und befindet sich in einem Bade konstanter Temperatur.

Für die Einfügung der Mäntel B und C war folgende Überlegung maßgebend. Durch das Vakuum werden Wärmeverluste aus dem inneren Rohre A zwar sehr stark herabgemindert, aber doch nicht vollständig vermieden. Die Mäntel B und C dienen nun zur Unterstützung der Wirkung des Vakuums, indem mit ihrer Hilfe die vom Rohr A, soweit es innerhalb der Mäntel liegt, nämlich unterhalb des Querschnittes M abgegebene Wärmemenge nach dem Gegenstromprinzip dem Innenraum zum größten Teile wieder zugeführt wird. Die Temperatur des austretenden Gases wird im Querschnitt M gemessen.

Das Kalorimeter befand sich bei tiefer Temperatur in einem Vakuummantelgefäß, das mit flüssigem Sauerstoff- oder mit einer Mischung von fester Kohlensäure und Alkohol beschickt wurde. Bei Zimmertemperatur befand sich das Kalorimeter in einem kräftig gerührten großen Wasserbade. In allen Fällen passierte das Gas, bevor es in das Kalorimeter eintrat, eine Rohrschlange, die sich mit dem Kalorimeter im gleichen Bade befand.

Die Luft wurde mit Hilfe von drei parallel geschalteten Wasserluftpumpen aus der Atmosphäre durch das Kalorimeter gesaugt. Zur Konstanterhaltung des Luftstromes diente ein Regulator; die Stärke des Luftstromes hängt von den Dimensionen einer in den Luftweg eingeschalteten Kapillare ab. Beim Eintritt in die Zirkulation wurde die Luft durch Vorlagen von Kaliumhydroxyd und konzentrierter Schwefelsäure von Kohlensäure und Wasserdampf befreit.

Die Menge der in der Sekunde durch das Kalorimeter gesaugten Luft wurde in der Weise bestimmt, daß an Stelle der aus der freien Atmosphäre eintretenden Luft Luft aus einem Gefäße bekannten Volumens unter sonst gleichbleibenden Verhältnissen durch das Kalo-

1) Hugh L. Callendar, Phil. Trans. (A) **199**, 55—148, 1902; Howard Turner Barnes, ebenda (A) **199**, 149 bis 263, 1902.

rimeter getrieben wurde. Die hierzu nötige Zeit wurde mittels eines Chronographen gemessen.

Die gefundenen spezifischen Wärmen der Luft sind in folgender Tabelle zusammengestellt. Hinzugefügt sind die entsprechenden Werte in kalorischem Maße, welche sich aus denjenigen in elektrischem Maße durch Multiplikation mit dem Wärmeäquivalent der Wattsekunde 0,23865 $\frac{\text{Kal.}_{15}}{\text{Wattsek.}}$ ergeben.

Spezifische Wärme c_p
der trockenen, kohlensäurefreien atmosphärischen Luft unter Atmosphärendruck.

Temperatur	in $\frac{\text{Wattsek.}}{\text{g} \cdot \text{Grad}}$	in $\frac{\text{g-Kal.}_{15}}{\text{g} \cdot \text{Grad}}$
+ 20°	1,009	0,240$_8$
− 78°	1,019	0,243$_2$
−183°	1,058	0,253$_5$

Die Versuche bestätigen das Ergebnis Swanns[1]), daß bei Zimmertemperatur die spezifische Wärme der Luft beträchtlich größer ist, als sie andere Beobachter (insbesondere Regnault) früher gefunden haben. Dem von Swann nur in kalorischem Maße angegebenen Schlußwert 0,24173 $\frac{\text{g-Kal.}_{20}}{\text{g} \cdot \text{Grad}}$ liegt als Arbeitswert der 20°-Kalorie der Wert 4,180 Wattsek. zugrunde. Hieraus berechnet man den mit dem unserigen direkt vergleichbaren Wert der spezifischen Wärme der Luft bei 20° in elektrischem Maße 1,010 $\frac{\text{Wattsek.}}{\text{g} \cdot \text{Grad}}$. Die Übereinstimmung ist eine vollkommene.

Auf Grund bekannter Beziehungen ergibt sich rechnerisch aus dem von uns gefundenen Werte von c_p das Verhältnis der spezifischen Wärmen der Luft

$$\frac{c_p}{c_v} = 1{,}400$$

in hinreichender Übereinstimmung mit den auf anderen Wegen gefundenen Werten anderer Beobachter.

Mit abnehmender Temperatur steigt die spezifische Wärme der Luft an. Die Zunahme ist bereits bei −78° angedeutet und beträgt unter Atmosphärendruck bei −183° nahezu 5 Proz., bei dem reduzierten Druck von $^2/_3$ Atmosphären etwa 3 Proz. Die Luft zeigt also in der Nähe ihres Kondensationspunktes ein ähnliches Verhalten, wie es Knoblauch und Jakob[1]) und später Knoblauch und Mollier[2]) bei Wasserdampf beobachtet haben. Auch quantitativ ist die gefundene Änderung der spezifischen Wärme der Luft in Übereinstimmung mit derjenigen, welche sich nach Linde[3]) aus den Beobachtungen des Joule-Thomson-Effekts berechnen läßt.

Diskussion.

Fischer: Ich möchte den Vortragenden fragen, wie weit die experimentell festgestellten Werte der spezifischen Wärme mit jenen übereinstimmen, die man aus den Joule-Thomsonschen Überströmungsversuchen ableiten kann.

Scheel: Über die Zahlenwerte, die wir erhalten haben, möchte ich mich heute noch nicht aussprechen.

1) W. F. G. Swann, Proc. Roy. Soc. (A) **82**, 147—149, 1909. Die ausführliche Veröffentlichung erschien später in Phil. Trans. (A) 210, 199—238, 1910.

1) Osc. Knoblauch u. Max Jakob, Zeitschr. d. Ver. d. Ingen. **51**, 81—88, 124—131, 1907; Mitteil. über Forschungsarb. a. d. Geb. d. Ingenieurw., Heft 35 u. 36, 109—152, 1906.

2) Oskar Knoblauch u. Hilde Mollier, Zeitschr. d. Ver. d. Ingen. **55**, 665—673, 1911.

3) Carl Linde, Münchener Sitzungsber. **27**, 485—489, 1897.

Max Reinganum (Freiburg i. B.), Streuung und photographische Wirkung der α-Strahlen.

Von quantitativen Messungen des sogenannten Skatteringeffekts oder der Streuung von α-Strahlen liegen bisher nur die schönen Untersuchungen von Geiger vor. Es ist bekannt, welch tiefgehende theoretische Betrachtungen Rutherford an dieselben anknüpfen konnte. Es schien daher von Interesse, die Streuung beim Durchgang durch Folien auch mit etwas abgeänderten Versuchsanordnungen zu bestimmen; ferner schien es aus theoretischen Gründen von Interesse, eine etwaige Abhängigkeit des Effekts von der Temperatur der Folien aufzusuchen. Es wurde die α-Strahlung des Poloniums gewählt.

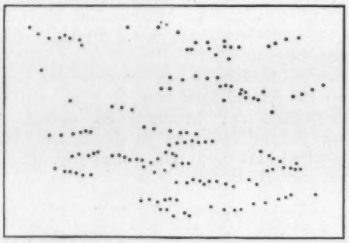
Über die bisherigen Resultate der Untersuchung, die gemeinsam mit stud. Fritz Mayer ausgeführt wird, will ich hier nicht näher berichten. Die Beobachtungen mit Hilfe von Szintillationszählungen sind beendet, jetzt sind wir mit der photographischen Festhaltung der Streuung beschäftigt. Es galt hierzu zunächst eine Plattensorte zu finden, welche einerseits die durch die α-Partikeln hervorgerufenen Punkte gut erkennen läßt, andererseits an den Strahlen nicht exponierten Plattenstellen nach der Entwicklung auch unter einem starken Mikroskop ganz klar aussieht, d. h. keine oder nur ganz verschwindend wenige entwickelte Körner zeigt. Wir fanden nach vielen Versuchen mit verschiedenen Platten-

sorten schließlich, daß sich die photomechanische Platte von Jahr (Dresden) für unsere Zwecke gut eignet.

Bei den Vorversuchen mit derselben fand ich nun eine eigentümliche Erscheinung, die ich mir erlauben möchte vorzuführen.

Fallen die α-Strahlen nicht senkrecht, sondern etwas schräg auf die Platte, so sieht man nämlich nach der Entwicklung unter einem Mikroskop von etwa 500facher Vergrößerung nicht ein Pünktchen pro α-Partikel, sondern mehrere in Richtung der horizontalen Projektion der Bahn des Teilchens. Man sieht also seine Bahn, die allerdings, entsprechend der Eigentümlichkeit der Silbersalze, nur kornförmig auszufallen, aus einer Punktreihe besteht. Indem ich sodann α-Partikeln möglichst streifend in die Platte eintreten ließ, gelang es, entsprechend der Reichweite der α-Strahlung in der Gelatine, bei der genannten Vergrößerung Bahnen von über 1 cm scheinbarer Länge, die aus 15 und mehr Pünktchen bestanden, photographisch festzuhalten. Manche dieser Bahnen zeigen kleine, aber deutliche Krümmungen, so daß der Skatteringeffekt ebenfalls gut sichtbar wird.

Da die Pünktchen submikroskopisch sind, d. h. eigentlich Beugungsscheibchen sind, ist eine direkte Projektion der Platte für ein größeres Auditorium nicht gut ausführbar. Ich projiziere daher zunächst eine mit dem mikroskopischen Zeichenapparat möglichst genau ausgeführte Zeichnung (s. Figur).



Kollege Koenigsberger hatte die Freundlichkeit, mit seiner mikrophotographischen Einrichtung eine Aufnahme nach meinen direkten Photographien zu machen, die ich nunmehr projiziere. Man sieht wieder die Strichform der Bahnen, die einzelnen Pünktchen sind jedoch verschwommener, da eine scharfe Abbildung in der mikroskopischen Kamera eben wegen der Kleinheit der Pünktchen nicht möglich war.

Es ist ferner ein Mikroskop aufgestellt, mit dem eine direkte Photographie gesehen werden kann.

W. Hammer (Freiburg i. B.), Über eine direkte Messung der Geschwindigkeit von Wasserstoffkanalstrahlen und über die Verwendung derselben zur Bestimmung ihrer spezifischen Ladung.

Herr Wiechert[1]) hat seine bekannte Bestimmung der Geschwindigkeit von Kathodenstrahlen nach einem wohl zuerst von Des Coudres[2]) angegebenen Prinzip ausgeführt. Dieses Prinzip besteht darin, die Zeit, die der Strahl zur Zurücklegung einer bekannten Strecke benötigt, mit der Schwingungsdauer eines ihn beeinflussenden Oszillators zu vergleichen. Ich habe mir die Aufgabe gestellt, unter Zugrundelegung dieses Prinzips die Geschwindigkeit von Kanalstrahlen zu messen.

In welcher Weise dieses Prinzip für den vorliegenden Zweck angewandt wurde, möchte ich an der Skizze (Fig. 1) erläutern:

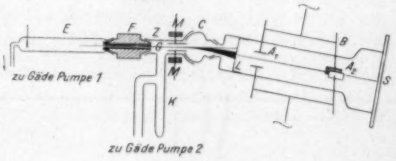


Fig. 1.

Die Strahlen entstehen in dem Rohre E durch die Entladung einer Mercedes-Influenzmaschine. Dieses Entladungsrohr sitzt mit Schliff auf dem längs durchbohrten Eisenstück F, in dessen Bohrung sich eine Kapillare befindet. Der Strahl tritt durch die Kapillare in den Raum Z ein, in dem durch die Tätigkeit der Gaedepumpe G_{II} und Wirkung des mit flüssiger Luft gekühlten Kühlers K_{II} ein erheblich niederer Totaldruck $\left(\frac{2-3}{100000}\text{ mm } Hg\right)$ erzeugt werden kann, als im Entladungsrohr (Druck ca. $\frac{5}{1000}$ mm Hg).

Diese Anordnung ist aus folgenden Gründen notwendig:

Herr Wien[3]) hat gefunden, daß ein Kanalstrahl nicht homogen ist, d. h. daß die ihn bildenden Teilchen verschiedene Geschwindigkeit und verschiedenes $\frac{e}{m}$ besitzen; er hat ferner festgestellt, daß die Teilchen auf ihrer Bahn im Gase Veränderungen erleiden: sie verlieren zum Teil ihre positive Ladung und die neutrali-

1) Wiechert, Wied. Ann. **69**, 799, 1899.
2) Des Coudres, Verh. d. phys. Ges. **14**, 86, 1895.
3) Ann. d. Phys. **8**, 244, 1902; **30**, 349, 1909.

sierten nehmen wieder eine solche an, zum Teil sogar eine negative. Um den Einfluß von Druckänderungen auf diese Umladungserscheinungen ohne gleichzeitige Änderung des Druckes im Entladungsrohr untersuchen zu können, hat er zuerst die oben beschriebene Kapillarenanordnung angewandt. Es zeigte sich, daß mit abnehmendem Druck die Umladungserscheinungen an Stärke verlören. Die Herren Koenigsberger und Kutschewski[1]), sowie Herr v. Dechend und Hammer[2]) konnten mit prinzipiell ähnlichen Apparaturen zeigen, daß dieselben bei Drucken unter $\frac{1}{10000}$ mm Hg auf ein geringes Maß zurückgehen. Bei unseren Versuchen zeigte sich, daß die Schärfe der Fluoreszenzbilder bei einer Zerlegung des Strahls durch magnetische und elektrostatische Felder bei Totaldrucken unter $\frac{4}{100000}$ mm Hg durch die Umladungserscheinungen nicht mehr in störender Weise beeinflußt wurde. Fig. 2 (nach

Fig. 2.

einer Photographie angefertigt) zeigt das Bild, wie es der zerlegte Strahl auf dem Schirm hervorbringt. Der Punkt n rührt von den neutralen, nicht ablenkbaren Teilchen her, ferner sieht man drei verschieden starke Kurven H, H_2 und C, die sich bei der Ausmessung als Parabeln erwiesen. Wir haben es also mit Ionengruppen von verschiedenem, aber konstantem $\frac{e}{m}$ zu tun, die eine von einer oberen Grenze an abnehmende Geschwindigkeit besitzen. Die Parabel H rührt von Wasserstoffatomen her, H_2 von Wasserstoffmolekülen mit einfacher Elementarladung und C von Kohlenstoffatomen. Die direkte Messung der Geschwindigkeit kann nur an einem homogenen Strahl von konstantem $\frac{e}{m}$ und v erfolgen. Man muß sich also aus dem zerlegten einen kleinen Teil ausblenden und zwar entnahm ich denselben aus der intensivsten, der Wasserstoffparabel, in der Nähe ihres unteren Endes, um möglichst große Helligkeit zu erhalten.

Der Strahl wurde daher nach seinem Austritt aus der Kapillare im Raume Z (Fig. 1) durch ein magnetisches (M) und elektrostatisches (S) Feld zerlegt und fiel dann auf den lumensperrenden Fluoreszenzschirm L. Auf diesem entsteht dann ein Bild, wie es Fig. 2 zeigt. Der Schirm besitzt in der Mitte ein kleines Loch von 0,8 mm Durchmesser. Die Blende L befindet sich in dem eigentlichen Beobachtungsrohr B, das mit dem Zerlegungsrohr durch ein Kugelgelenk C verbunden ist.

Dieses Gelenk gestattete es, das Beobachtungsrohr nach allen Richtungen frei um etwa 15° zu schwenken, ohne daß eine Störung des Vakuums eintrat. Durch geeignete Drehung des Beobachtungsrohrs kann man es erreichen, daß das Loch in der Blende nur einem bestimmten Teil des zerlegten Strahls den Eintritt gestattet. Schwankt der Druck im Entladungsrohre und damit das Entladungspotential, so gleitet zwar die Parabel über dem Loche auf und nieder, aber nur diejenigen Teilchen, die eine ganz bestimmte Geschwindigkeit haben können, passieren das Loch. Schwankungen des Entladungspotentials rufen daher nur Intensitätsänderungen hervor und wir erhalten im Beobachtungsraum einen homogenen Strahl von automatisch konstant gehaltenem $\frac{e}{m}$ und v.

Die Verwendung eines solchen Strahls wird auch, abgesehen von dem vorliegenden Zweck, häufig z. B. bei Untersuchung der Umladungserscheinungen und der chemischen Wirkungen der Strahlen usw. notwendig werden, um eindeutigere Resultate zu erhalten, als sie bisher die Versuche mit undefinierten Strahlgemischen liefern konnten.

Im Beobachtungsraum passiert der Strahl zuerst das Ablenkungsfeld A_1 (Fig. 1) und nach Zurücklegung der Strecke s ein zweites A_2, dessen Platten senkrecht zu denen des ersten angeordnet sind und fällt schließlich auf den Sidotblendeschirm S.

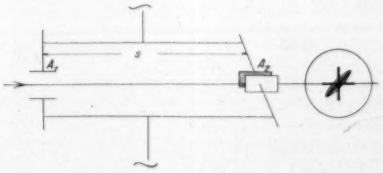


Fig. 3.

(Fig. 3 zeigt diesen Teil der Apparatur schematisch deutlicher, der Schirm ist in der Bildebene gezeichnet.) Erzeugt man zwischen den Platten A_1 ein Wechselfeld, so wird der

1) Sitzber. d. Heidelb. Akad., Abh. 4.
2) Ibid. Abh. 21.

Fluoreszenzfleck zu einer senkrechten Geraden auseinander gezogen, erzeugt man es zwischen den Platten A_2, so entsteht ein horizontaler Streifen. Gleichzeitiges Wirken beider Felder, wenn sie synchron und gleichphasig sind, läßt im allgemeinen eine Ellipse entstehen. Nur wenn die Zeit, die der Strahl zur Zurücklegung der Strecke s benötigt, gleich der halben Schwingungsdauer des Wechselfelds ist, muß die Ellipse in eine schräge Gerade übergehen. Wurde nun ein geeignetes Wechselpotential durch symmetrische Zuleitungen an die beiden Plattenpaare angelegt, so verschwand im allgemeinen der Fluoreszenzfleck auf dem Schirm. Die geringe zur Verfügung stehende Lichtmenge wurde nämlich auf eine Ellipse verteilt, die sich wegen der geringen Helligkeit der Wahrnehmung entzog. Veränderte ich die Wechselzahl, so erschien allmählich eine schwach sichtbare längliche Ellipse, die bei weiterer Variierung in einen wohldefinierten Strich überging, bei noch weiterer Änderung verbreiterte sich derselbe wieder bis zum allmählichen Verschwinden. Es wurde nun mehrfach auf eine möglichst große Schärfe des Striches eingestellt und dann sofort die Wechselzahl der Felder mit einem Frequenzmesser gemessen.

Die Geschwindigkeit des ausgeblendeten Strahls ergab sich als Mittelwert aus 26 Messungen zu $2{,}51 \cdot 10^8$ cm/sec^{-1}.

Diese mit einem Minimum spezieller Voraussetzungen arbeitende Methode der Geschwindigkeitsmessung bietet eine weitere Stütze für die Auffassung der Kanalstrahlen als Strahlen bewegter Ionen, die ihre kinetische Energie dem beschleunigenden Potential verdanken. Eine solche direkte Messung schien besonders zur Zeit des Beginnes dieser Arbeit deshalb von Wert zu sein, weil J. J. Thomson damals durch seine Versuche zu dem Schlusse gekommen war, die Geschwindigkeit der Kanalstrahlen sei konstant und zwar gleich $2 \cdot 10^8$ cm/sec^{-1}, also unabhängig vom Entladungspotential. Die kinetische Energie der Strahlteilchen sollte aus dem Energieinhalt des Atoms oder Moleküls etwa nach Art einer radioaktiven Substanz stammen, der Entladungsvorgang sollte dieselbe nur auslösen. Bei der eben beschriebenen Methode ergab sich im Gegensatz hierzu, daß die Strahlgeschwindigkeit vom Entladungspotential abhängt, was auch schon vorher[1]) von v. Dechend und Hammer auf anderem Wege nachgewiesen worden ist.

Es wurde ferner die Größe der Ablenkung gemessen, die ein bekanntes elektrostatisches Feld F an dem Strahl, dessen Geschwindigkeit v bekannt war, hervorrief.

Aus Gleichung I wurde dann sein $\frac{e}{m}$ berechnet

$$y = \frac{e}{mv^2} l\left(\frac{l}{2} + W\right) F. \qquad \text{(I)}$$

y = Ablenkung auf dem Schirm,
l = Länge des el.-stat. Feldes,
F = Stärke des el.-stat. Feldes,
W = feldfreier Weg bis zum Schirm.

Als Mittelwert aus 20 Messungen ergab sich die spezifische Ladung zu 10040. Dieser Wert weicht von dem aus der Elektrolyse für Wasserstoffionen ermittelten (9654) nur um 3,6 Proz. ab und liegt gänzlich innerhalb der zugelassenen Fehlergrenze.

Eine erneute $\frac{e}{m}$-Bestimmung an Wasserstoffkanalstrahlen schien deshalb nicht überflüssig zu sein, weil der von J. J. Thomson[1]) gefundene Wert (12400) um fast 30 Proz. vom theoretischen abweicht. Thomson hat diesen Wert durch gleichzeitige magnetische und elektrostatische Ablenkung gemäß Gleichung I und II ermittelt.

$$x = \frac{e}{mv} \int_0^z dZ \int_0^z H dZ. \qquad \text{(II)}$$

x = magn. Ablenkung,
H = Stärke des magn. Feldes.

Der Strahl verläuft in der Z-Achse.

Der von Thomson erhaltene Wert weicht von dem theoretischen so weit ab, daß man auf den Gedanken kommen könnte, die Differenz sei nicht lediglich durch Meßfehler zu erklären, sondern irgendwie im Wesen der Kanalstrahlen selbst begründet. Thomson hat daher auch die Vermutung ausgesprochen, die Wasserstoffionen hätten während eines Teils der Zeit doppelte Ladung besessen, d. h. daß es auch zweiwertige H-Ionen geben könne. Nach den Ergebnissen der vorliegenden Arbeit wird man diese Annahme wenigstens für die bisher erreichten Kanalstrahlgeschwindigkeiten als unnötig fallen lassen und die Abweichung auf Meßfehler zurückführen dürfen. Dieselben werden wohl hauptsächlich durch die Schwierigkeit zu erklären sein, das Feldintegral über den Strahlweg bei einem so starken Magnetfeld, wie es hierzu nötig ist, mit hinreichender Genauigkeit zu bestimmen.

Ich möchte noch darauf hinweisen, daß es wohl möglich sein wird, diese Methode zu einer

1) v. Dechend und Hammer, Ber. d. Heidelberg. Akad. 1910, Abh. 21 u. Berichte d. Freiburger Naturf. Gesellsch. 1910, Heft 2.

1) Phil. Mag. (6) **18**, 821, 1909.

$\frac{e}{m}$-Bestimmung an Kathodenstrahlen auszubilden. Da es viel leichter ist, einen nach $\frac{e}{m}$ und v homogenen Kathodenstrahl von großer Intensität zu erzeugen, als einen entsprechenden Kanalstrahl, so wird eine ziemlich große Genauigkeit erzielt werden können. Es würde auch möglich sein, auf diese Weise $\frac{e}{m}$ und v von α-Teilchen verschiedener Herkunft genau zu bestimmen.

Diskussion.

Nernst: Sind Sie der Meinung, daß es überhaupt keine positiven Ionenstrahlen mit doppelter Elementarladung gibt? Die Heliumatome bei radioaktiven Prozessen tragen doch doppelte Ladung.

Hammer: Gewiß, z. B. auch Kohlenstoffatome mit doppelter Ladung. Nur sind bisher doppelt geladene Wasserstoffionenstrahlen nicht nachgewiesen worden.

H. Rubens und H. v. Wartenberg (Berlin), Absorption langwelliger Wärmestrahlen in einigen Gasen.

Während in dem kurzwelligen Gebiete zahlreiche Messungen des Absorptionsspektrums gasförmiger Körper vorliegen, ist in dem Bereiche der großen Wellenlänge über die Absorption der Gase nur wenig bekannt. Allerdings läßt sich die Absorption in diesem Spektralgebiet mit den heute vorhandenen Hilfsmitteln bei weitem nicht so vollständig bestimmen, wie in dem kurzwelligen Ultrarot unterhalb 20 μ, in welchem die spektrometrische Methode anwendbar ist. Vielmehr ist man genötigt, im langwelligen Spektrum die Untersuchung der Absorption auf einige mehr oder minder inhomogene Strahlenbündel zu beschränken. Immerhin bietet die Frage, ob und inwieweit die Gase imstande sind, Wärmestrahlen von großer Wellenlänge zu absorbieren, erhebliches Interesse. Es ist dies bisher nur in einigen Fällen bei Wasserdampf, Kohlensäure, Alkoholdampf und Ätherdampf untersucht worden. Die Versuche, deren Ergebnisse im folgenden mitgeteilt werden, sind zu dem Zwecke unternommen worden, die erwähnte Lücke auszufüllen.

Die Messungen wurden für 22 Gase und 5 verschiedene Strahlenarten vorgenommen, und zwar

1. für die durch eine 1 cm dicke Sylvinschicht filtrierten Reststrahlen des Flußspates; mittlere Wellenlänge 23 μ;

2. für die durch 1,8 mm Quarz filtrierten Reststrahlen von Steinsalz; mittlere Wellenlänge 52 μ;

3. für die mittels Quarzlinsen isolierte langwellige Strahlung des Auerbrenners; mittlere Dicke der im Strahlengange befindlichen Quarzschicht 25 mm; mittlere Wellenlänge 110 μ;

4. für die mittels Quarzlinsen isolierte langwellige Strahlung der Quarzquecksilberlampe, unfiltriert;

5. für die in gleicher Weise erzeugte Strahlenart, durch 0,4 mm dicke schwarze Pappe filtriert; mittlere Wellenlänge 314 μ.

Im einzelnen ist zu den hier aufgeführten Strahlenarten folgendes zu bemerken: Durch die Einschaltung einer 1 cm dicken Sylvinschicht wird nicht nur das Energiemaximum der Reststrahlen des Flußspates nach kurzen Wellen verschoben, sondern die Strahlung wird auch viel homogener, da eine Sylvinschicht von dieser Dicke den jenseits $\lambda = 25\ \mu$ gelegenen Teil der Strahlung nahezu vollkommen absorbiert[1]).

Die Energiekurve der Reststrahlen des Steinsalzes besitzt bekanntlich zwei getrennte Maxima (bei $\lambda = 46{,}9$ bzw. $53{,}6\ \mu$), von welchen das langwelligere bei den hier obwaltenden Erzeugungsbedingungen das höhere ist[2]).

Die Energieverteilung der unter 3., 4. und 5. genannten Strahlenarten ist früher mit Hilfe des Interferometers untersucht worden. Die langwellige Strahlung des Auerbrenners besitzt ein Maximum bei etwa 100 μ. Die Energiekurve ist stark unsymmetrisch und zeigt einen steilen Abfall nach Seite der kurzen, einen sanften Abfall nach Seite der langen Wellen, so daß der Schwerpunkt der Strahlung bei etwa 110 μ gelegen ist[3]). Die von der Quecksilberlampe ausgesandte langwellige Strahlung entspricht im wesentlichen zwei Emissionsgebieten, von welchen das kurzwelligere bei 218 μ, das langwelligere bei 343 μ ein Maximum besitzt. Bei der unfiltrierten Strahlung ist die Intensität, welche von dem kurzwelligen Emissionsgebiete herrührt, nicht viel geringer als diejenige des langwelligen Streifens; auch enthält diese unfiltrierte Strahlung einen noch kurzwelligeren Anteil, welcher von dem heißen Quarzrohr der Lampe herrührt und dessen Zusammensetzung sich nur wenig von der unter 3. genannten Strahlenart unterscheidet. Nach der Filtrierung durch schwarze Pappe verschwindet diese relativ kurzwellige Teilstrahlung fast vollständig; auch der bei 218 μ gelegene Streifen wird stark geschwächt, und es

1) H. Rubens u. A. Trowbridge, Wied. Ann. **60**, 724, 1897.

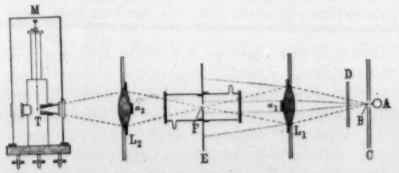
2) H. Rubens u. H. Hollnagel, Verh. d. D. Phys. Ges. **12**, 84, 1910.

3) H. Rubens u. R. W. Wood, Verh. d. D. Phys. Ges. **13**, 88, 1911. Die mittlere Wellenlänge des Strahlenkomplexes hängt von der Dicke der im Strahlengange befindlichen Quarzschicht ab.

überwiegt die Intensität des langwelligen Streifens bedeutend, so daß die mittlere Wellenlänge des gesamten von der schwarzen Pappe hindurchgelassenen Strahlenkomplexes etwa 314 μ beträgt[1]).

Die Versuchsanordnungen, deren wir uns zur Isolierung der verschiedenen Strahlenarten bedienten, sind im wesentlichen mit den früher verwendeten und a. a. O. beschriebenen Aufstellungen identisch. Bezüglich der Reststrahlenanordnungen ist nur zu erwähnen, daß vier Steinsalz- und drei Flußspatflächen verwendet wurden und daß das benutzte Absorptionsrohr zwischen dem als Strahlungsquelle dienenden Auerbrenner und den reflektierenden Kristallplatten in dem Strahlengang eingeschaltet war. Als Absorptionsgefäße wurden etwa 20 cm lange und 5 cm weite Rohre aus Glas bzw. Messing benutzt, welche an den Enden senkrecht abgeschnitten und mit 4,5 mm dicken Sylvinplatten bzw. mit 0,7 mm dicken Quarzplatten verschlossen waren, je nachdem ob es sich um die Untersuchung der Reststrahlen von Flußspat oder Steinsalz handelte.

Auch die Quarzlinsenanordnung konnte für den vorliegenden Zweck in der früher verwendeten Form fast unverändert beibehalten werden. Das Absorptionsrohr K (s. Figur) wurde zwischen den Quarzlinsen L_1 und L_2 eingeschaltet. Es enthielt in seiner Mitte eine mit



dem kreisförmigen Diaphragma F versehene Scheidewand, welche in Gemeinschaft mit dem das Rohr umgebenden Schirme E die durch die Linse L_1 hindurchtretenden kurzwelligen Strahlen zurückhielt, während die langwelligen Strahlen, für welche der Brechungsexponent $n = 2{,}14$ ist, durch das Diaphragma F hindurchgingen.

Als Meßinstrument diente in allen Fällen ein Mikroradiometer, welches von einer luftdicht schließenden Glocke umgeben war. Das den Wärmestrahlen Einlaß gewährende Fenster der Glocke bestand bei den Versuchen mit Reststrahlen von Flußspat aus einer 1,75 mm dicken Sylvinplatte, sonst stets aus einer 0,7 mm dicken Quarzplatte. Die Schwärzung des Thermoelementes geschah mit einem Gemisch von Natronwasserglas und Ruß.

Von den zu untersuchenden Gasen wurden Wasserstoff, Chlor, schweflige Säure, Kohlensäure und Ammoniak den käuflichen Bomben entnommen. Stickoxydgas wurde durch Einwirkung von Salpetersäure auf Kupfer entwickelt und mit konzentrierter Schwefelsäure getrocknet, wobei zugleich das sich bildende N_2O_4 absorbiert wurde[1]). Lachgas wurde aus Hydroxylaminsulfat und Natriumnitrit gewonnen, Chlorwasserstoffgas aus Salmiak und Schwefelsäure, Schwefelwasserstoff aus Schwefeleisen und Salzsäure, Methan aus essigsaurem Natrium und Natronkalk (durch Glühen), Azetylen aus Kalziumkarbid und Wasser, Äthylen aus Schwefelsäure und Alkohol dargestellt und mit Natronlauge gewaschen. Kohlenoxyd wurde sowohl aus Schwefelsäure und Ameisensäure als auch aus Schwefelsäure und Blutlaugensalz entwickelt. Cyan wurde durch Erhitzen von Cyanquecksilber gewonnen und mit saurer Silbernitratlösung gewaschen, um die Blausäure zu entfernen. Als Trockenmittel wurde je nach Umständen Schwefelsäure, Chlorkalzium oder Phosphorpentoxyd verwendet. Die Dämpfe von Brom, Äthyläther, Äthylalkohol, Schwefelkohlenstoff und Chloroform und Pentan wurden aus den käuflichen Flüssigkeiten entwickelt, indem ein Strom trockener Zimmerluft durch zwei hintereinander geschaltete, mit der betreffenden Flüssigkeit gefüllte Waschflaschen hindurchgesaugt und in das Absorptionsgefäß eingeführt wurde. In der zweiten Waschflasche befand sich ein Thermometer zur Beobachtung der Temperatur, welche dem Sättigungsdruck des Dampfes entsprach. Da die Temperatur im Absorptionsgefäß stets etwas höher war als in der zweiten Waschflasche, so konnte keine Kondensation von Flüssigkeit in dem Apparate eintreten.

Zur Untersuchung der Wasserdampfabsorption wurde ein in früheren Arbeiten bereits mehrfach verwendetes 40 cm langes, 10 cm weites, an den Enden offenes Messingrohr benutzt, welches mit einer Heizspirale aus Eisendraht umwunden war. Durch ein seitliches Ansatzrohr konnte aus einem kleinen Kessel Wasserdampf von 100° in das Absorptionsrohr eingeleitet werden, während dasselbe mit Hilfe des Heizstromes auf einer Temperatur von etwa 150° gehalten wurde. Wegen der offenen Enden läßt sich die wirksame Länge des Rohres nicht genau angeben. Um ver-

1) H. Rubens u. O. v. Baeyer, Ber. d. Kgl. Preuß. Akad. d. Wiss. 1911, S. 339 u. 666.

1) Kleine Mengen beigemischten N_2O sind auf die Resultate der Absorptionsmessung ohne Einfluß, da NO an allen Stellen stärker absorbiert als N_2O (siehe die umstehende Tabelle).

Substanz	Druck p	Reststrahlen von Fluorit	Reststrahlen von Steinsalz	Langwellige Strahlung des Auerbrenners	Langwellige Strahlung der Quecksilberlampe	
					unfiltriert	filtriert durch schwarze Pappe
	cm	$\lambda = 23\,\mu$	$\lambda = 52\,\mu$	$\lambda = 110\,\mu$		$\lambda = 314\,\mu$
H_2	76	100	100	100	100	100
Cl_2	76	100	99,6	99,5	98,5	97,6
Br_2	20	100	100	100	100	100
HCl	76	97,4	29,8	11	37,1	61
SO_2	76	22,6	76,9	12,7	6	4,8
CO_2	76	100	100	100	100	100
CO	76	100	100	94,1	92,1	91,6
H_2S	76	99,6	11,6	3,4	10,3	21,4
N_2O	76	100	96,8	98,4	93,3	90,8
NO	76	—	94	99	87,3	85,5
$(CN)_2$	76	100	97,8	100	99,3	—
NH_3	76	83,1	0,5	9	43,3	66,7
CH_4	76	91,0	94,3	99,2	100	100
C_2H_2	76	99,5	87,4	97,3	97,9	100
C_2H_4	76	99	96,4	92,8	100	100
CS_2	26	97,8	100	100	99,5	100
C_2H_6O	5,9	85,4	5,4	58	52,4	49,9
$(C_2H_5)_2O$	51	26,8	40	34	21,8	10,7
C_5H_{12}	46	66[2])	44,5	88,8	87	84,2
CH_3Cl	13,5	98,0	100	100	95,4	94,7
H_2O	76	39,6	0,7	19,6	33,6	49,2

1) Für Reststrahlen von Flußspat betrug der Partialdruck des Pentandampfes nur 36 cm. 2) Die Länge des Absorptionsrohres betrug bei den Versuchen mit Wasserdampf 40 cm.

gleichbare Resultate zu erhalten, haben wir deshalb auch für diejenigen Strahlenarten, für welche die Wasserdampfabsorption bereits bestimmt war, unter Benutzung des beschriebenen Absorptionsrohres neue Messungen vorgenommen. Für die Reststrahlen des Flußspates war dies übrigens schon deshalb nötig, weil, wie oben ausgeführt worden ist, die Zusammensetzung dieser Strahlenart durch Einschaltung einer Sylvinschicht erheblich verändert wird und der früher bestimmte Absorptionswert nur für die unfiltrierte Strahlung Geltung besitzt[1]).

Bei den Reststrahlenanordnungen ließ sich das 40 cm lange Wasserdampfabsorptionsrohr wiederum leicht zwischen der Lichtquelle und den reflektierenden Platten anordnen. Bei dem Quarzlinsenapparat dagegen mußte das Dampfrohr seiner hohen Temperatur und starken Eigenstrahlung wegen außerhalb der in der Figur dargestellten Anordnung, d. h. jenseits des Schirmes C, angebracht werden. Die Quecksilberlampe A wurde zu diesem Zwecke um 70 cm zurückgeschoben und mit Hilfe einer dritten Quarzlinse L_3 von 8 cm Durchmesser und 12,5 cm Brennweite[2]) ein verkleinertes Bild der Lichtquelle auf dem Diaphragma B entworfen. Zwischen der Lichtquelle A und der Linse L_3 war dann für die Einschaltung des Dampfrohres genügend Raum vorhanden, und die Größe der verwendeten Öffnungskegel blieb nahezu unverändert.

In der vorstehenden Tabelle sind die Resultate sämtlicher Messungen zusammengestellt. Die angegebenen Zahlen bedeuten die beobachtete Durchlässigkeit in Prozenten der auffallenden Strahlung. Die Länge des Absorptionsrohres betrug bei den Versuchen mit Reststrahlen von Steinsalz sowie der langwelligen Strahlung des Auerbrenners und der Quecksilberlampe 20,0 cm, für die Reststrahlen von Flußspat 20,5 cm und zwar für sämtliche Substanzen mit Ausnahme des Wasserdampfes, die Temperatur meist 25 bis 27° C. Nur bei den Versuchen mit Kohlenoxyd, Cyan, Schwefelkohlenstoff und Chloroform war die Temperatur im Absorptionsrohr zwischen 18 und 20° C und beim Wasserstoff betrug sie etwa 110°.

Vollkommen frei von Absorption für sämtliche untersuchten Strahlenarten sind neben trockener Luft nur Wasserstoff, Kohlensäure, Brom und vielleicht auch Chlor, Cyan und Schwefelkohlenstoffdampf. Die schwache Absorption, welche bei dem Chlor und Cyan beobachtet wurde, rührt vielleicht von geringen Verunreinigungen her. Sie trat jedoch in jeder Versuchsreihe deutlich hervor. Daß Schwefelkohlenstoffdampf für die Reststrahlen von Fluorit nicht vollkommen durchlässig erscheint, ist vielleicht durch ein Beschlagen der Sylvinplatten zu erklären. Freilich war kein derartiger Beschlag mit dem Auge erkennbar.

1) H. Rubens u. E. Aschkinaß, Wied. Ann. **64**, 584, 1898. Für die unfiltrierten Reststrahlen des Flußspates, welche durch Reflexion der Strahlung eines Zirkonbrenners an vier Flußspatflächen erzeugt worden waren, hatte sich bei gleicher Dicke der Wasserdampfschicht eine Durchlässigkeit von 31 Proz. ergeben.

2) Diese Angabe bezieht sich auf lange Wellen von dem Brechungsexponenten $n = 2{,}14$.

Daß trockene Zimmerluft nicht absorbiert, wurde für die langwellige Strahlung der Quecksilberlampe durch Evakuieren des Absorptionsgefäßes festgestellt. Bei den übrigen Strahlenarten wurde die Durchlässigkeit der Luft aus der Tatsache geschlossen, daß niemals ein größerer Ausschlag beobachtet wurde, wenn das Absorptionsgefäß mit einem anderen Gas gefüllt war, und daß eine Reihe von Gasen genau denselben Ausschlag lieferte wie trockene Zimmerluft.

Unter den als durchlässig bezeichneten 7 Gasen befinden sich die sämtlichen untersuchten Elemente.

Besonders starke Absorption zeigen Chlorwasserstoff, schweflige Säure, Schwefelwasserstoff, Ammoniak und Alkoholdampf. Diese starke Absorption kann sowohl durch die Schwingung einzelner elektrisch geladener Atome oder Atomgruppen als auch durch die Rotation der Moleküle veranlaßt sein. Unter Zugrundelegung der letzteren Annahme würde sich z. B. für das Chlorwasserstoffmolekül bei Zimmertemperatur eine Umlaufszahl $\nu = 3 \times 10^{12}$ ergeben, was jedenfalls der Größenordnung nach mit dem aus der kinetischen Gastheorie berechneten Werte übereinstimmt [1]).

Die untersuchten Stickstoffsauerstoff- und Kohlenwasserstoffverbindungen erweisen sich im Gebiete der langen Wellen im ganzen als schwach absorbierend. Unter ihnen besitzt Pentan die geringste Durchlässigkeit. Auch Kohlenoxyd und Chloroformdampf zeigen nur geringe Absorption.

Der Wasserdampf nimmt, wie man sieht, in Beziehung auf die Stärke der ausgeübten Absorption im Vergleich mit den übrigen Gasen durchaus keine Sonderstellung ein. Nahezu vollständige Absorption zeigt eine Wasserdampfschicht von dieser Dicke (etwa 40 cm) für die Reststrahlen von Steinsalz und, wie aus älteren Versuchen [2]) hervorgeht, auch für diejenigen von Sylvin ($\lambda = 63\,\mu$). Dagegen ist die Durchlässigkeit einer solchen Dampfschicht für die Reststrahlen von Bromkalium (82 μ) und Jodkalium (96 μ), wie früher gezeigt worden ist [3]), wiederum viel größer und beträgt 39 bzw. 33 Proz. Für noch längere Wellen nimmt dann ihre Durchlässigkeit zunächst wieder ab, und zwar erhält man für die durch Quarzlinsen isolierte langwellige Strahlung des Auerbrenners 19,6 Proz., wenn sich 17 mm Quarz im Strahlengange befinden, und 15,6 Proz., wenn die Dicke der eingeschalteten Quarzschicht auf etwa 30 mm erhöht wird. Für die langwelligsten untersuchten Wärmestrahlen ist die Wasserdampfabsorption wiederum bedeutend geringer.

Von besonderem Interesse erschien es uns, die Absorption des Quecksilberdampfes für die von der Quarzquecksilberlampe ausgesandte langwellige Strahlung zu untersuchen. Als Absorptionsgefäß wurde zu diesem Zwecke ein Quarzkolben von 5 cm Durchmesser und etwa 1 mm Wandstärke verwendet, welcher einige Kubikzentimeter Quecksilber enthielt und durch einen großen Bunsenbrenner erwärmt werden konnte. An dem Halse des Kolbens war ein längeres Quarzrohr angeblasen, welches als Rückflußkühler diente. Die Strahlen der Lichtquelle A wurden ebenso wie bei den Wasserdampfversuchen mit Hilfe einer dritten Quarzlinse L_3 auf das Diaphragma B geworfen und mußten auf ihrem Wege den Quarzkolben passieren, welcher sich zwischen der Quecksilberlampe und der Linse L_3 befand [1]). Die Absorption des Quarzkolbens wurde nun gemessen:

1. wenn der Quarzkolben kalt und mit Luft gefüllt war;

2. wenn er, ohne Quecksilber zu enthalten, mit der Bunsenflamme bis etwa 500° erwärmt wurde.

3. wenn er bei der gleichen Temperatur mit Quecksilberdampf von Atmosphärendruck gefüllt war.

In allen drei Fällen ergab sich innerhalb eines Prozentes die gleiche Durchlässigkeit. Die Absorption des Quecksilberdampfes für die von der Quecksilberlampe ausgehende langwellige Strahlung ist somit in einer Schicht von etwa 5 cm Dicke und Atmosphärendruck noch nicht merklich. Man wird hierdurch zu dem Schlusse geführt, daß jene Strahlung wahrscheinlich [2]) keine Temperaturstrahlung gewöhnlicher Art ist, sondern eine Luminiszenzstrahlung, welche nicht von neutralen Molekülen, sondern von Ionen hervorgerufen wird. Wie man sich etwa den Emissionsvorgang bei einer solchen Lumineszenzstrahlung von ionisiertem Quecksilberdampf vorstellen kann, ist

1) Für das Chlorwasserstoffmolekül erhält man $\nu = 3 \times 10^{12}$ bei $T = 300°$ abs., wenn man die Entfernung des H-Atoms von dem Cl-Atom gleich $1{,}3 \times 10^{-8}$ cm annimmt.

2) H. Rubens u. E. Aschkinaß, Wied. Ann. **65**, 241, 1898.

3) H. Rubens u. H. Hollnagel, l. c., S. 95.

1) Der für die Beobachtung der Ausschläge benutzte Klappschirm D konnte bei diesen Versuchen nicht an der in Fig. 1 gezeichneten Stelle eingeschaltet werden, sondern wurde zwischen der Strahlungsquelle A und dem Quarzkolben angebracht, um eine Beeinflussung der Absorptionsmessungen durch die Eigenstrahlung des heißen Absorptionsgefäßes zu verhindern. Die gleiche Vorsichtsmaßregel wurde auch bei den zuvor beschriebenen Wasserdampfversuchen in Anwendung gebracht.

2) Dieser Schluß würde vollkommen streng sein, wenn der Quecksilberdampf im Absorptionsgefäß gleiche Temperatur und gleichen Druck besäße, wie in der Quecksilberbogenlampe; dies läßt sich aber aus technischen Gründen nicht erreichen.

an der Hand eines von Herrn F. A. Lindemann herrührenden Gedankens früher erörtert worden[1]).

Diskussion.

Einstein: Es liegt wohl eine gewisse Schwierigkeit vor, weil man nicht weiß, was man unter Lumineszenzstrahlung zu verstehen hat. Je mehr ein System vom Zustand thermodynamischen Gleichgewichts abweicht, desto mehr verschwimmen die Unterschiede zwischen Temperatur- und Lumineszenzstrahlung, weil der Temperaturbegriff seine Bedeutung verliert. Wir können nicht sagen, was bei der Quecksilberlampe die Temperatur in der Lampe ist. Gewiß, in bezug auf die fortschreitenden Moleküle wird eine gewisse Temperatur herrschen, nicht aber in bezug auf die Ionen. In dem Sinne ist die Strahlung der Quecksilberdampflampe sicher Lumineszenzstrahlung, als bei der Temperatur, welche ein in der Lampe befindliches Thermometer anzeigen würde, die Strahlung der Lampe ohne Strom nicht emittiert würde. Aber es scheint nicht ausgeschlossen zu sein, daß eine solche Strahlung bei höherer Temperatur ohne Strom emittiert würde, bzw. daß es sich bei der Strahlung der Quecksilberlampe um eine mit der Temperaturstrahlung bei gewissen Temperaturen im wesentlichen übereinstimmende Art der Ausstrahlung handele.

Rubens: Man kann doch wohl aus dem Absorptionsversuch mit Quecksilberdampf den Schluß ziehen, daß die langwellige Strahlung höchstwahrscheinlich von geladenen Ionen herrührt und nicht von neutralen Molekülen. Es würde das zugunsten der von Herrn Lindemann vertretenen Anschauung sprechen. Wenn ein Gas durch Temperaturerhöhung allein ionisiert werden kann, was übrigens noch nicht feststeht, so würde allerdings im Bereiche der hohen Temperaturen eine scharfe Grenze zwischen Temperaturstrahlung und Lumineszenzstrahlung auf Grund der alten Definitionen kaum gezogen werden können.

1) H. Rubens u. O. v. Baeyer, l. c., S. 675.

Joh. Koenigsberger (Freiburg i. B.), Physikalische Messungen der chemischen Affinität durch Elektrizitätsleitung und Kanalstrahlen.

I.

1. Die chemische Affinität ist nach den Anschauungen von Berzelius, Faraday, Clausius, Helmholtz eine elektrische Affinität. Abegg hat zuerst diesen Gedanken für das ganze periodische System konsequent durchgeführt. Die unitarische Auffassung mit einer Art des Elementarquantums (Elektron) ist von Helmholtz, Richarz, Stark, Reinganum ausgebildet worden.

Der Vortragende möchte zwei Arten von Affinität des Elektrons zum Atom unterscheiden: 1. die durch weithin wirkende elektrostatische Anziehung bedingte äußere Affinität; 2. die durch elektrische Kräfte im Atom hervorgerufene, an bestimmte Stellen des Atoms lokalisierte elektrochemische oder innere Affinität.

Einige Beispiele können vielleicht am besten den Unterschied erläutern. Natrium- oder Quecksilberdampf gibt keine Elektronen frei; die Dämpfe sind praktisch Isolatoren. Andererseits sind aber in ihnen im festen Zustande freibewegliche Elektronen vorhanden, und in Lösung ist das positive Ion für sich abscheidbar. Die elektrischen und ein Teil der optischen[1]) Eigenschaften der Dämpfe beruhen also auf der äußeren Affinität. Die äußere Affinität bestimmt ferner den Lenardeffekt, den Wehnelt- und Richardsoneffekt und photoelektrischen Effekt im festen Zustande. Es muß hervorgehoben werden, daß der elektrische neutrale Zustand eines Atoms vielleicht nur etwas Relatives, für einen bestimmten Weltkörper Gültiges ist.

Die innere Affinität oder die chemische Affinität ist die Affinität des Elektrons zu einer bestimmten Valenzstelle im Atom. Elektrochemisch mißt man z. B. in der Spannungsreihe durch die Neutralisation des positiven Metallions die Affinität des Elektrons zum positiven Ion, und das ist wegen des Verschwindens der äußeren elektrischen Kräfte im wesentlichen die erste Art innerer Affinität. Die Neutralisation des negativen Ions in der Lösung ist die Entziehung eines Elektrons vom Atom und gibt die zweite Art innerer Affinität. Beide Arten sind da wohl noch durch die spezifischen Eigenschaften des Wassers stark beeinflußt.

II.

2. Durch Ermittelung der Abhängigkeit des elektrischen Widerstandes[2]) von der Tempera-

1) So vielleicht die von H. Rubens und O. v. Baeyer entdeckte selektive Absorption des *Hg*-Dampfes für sehr lange Wärmewellen.

2) Die experimentelle Bestimmung des Widerstandes ist in Ann. d. Phys. **32**, 179, 1910, beschrieben. Sie kann entweder mit der Thomsonschen Brücke oder durch Kompensation von Potentialdifferenzen erfolgen. Wie man gute Kontakte erzielt, ist loc. cit. und außerdem von O. Reichenheim, Inaug.-Diss., Freiburg i. B. 1906, S. 12 bis 14, auseinandergesetzt. Wie man nicht verfahren darf, ist von den Herren F. Streintz und A. Wellik, diese Zeitschr. **12**, 845, 1911 (vgl. dazu auch diese Zeitschr. **12**, 1139, 1911) dargelegt worden. Die Hauptsache ist, daß man homogenes chemisch reines Material auswählt.

tur zwischen -180^0 und $+1000^0$ kann, wie der Verfasser gezeigt, die Dissoziationswärme Q in Grammkalorien von 1 g Atom negatives Elektron mit 1 g Atom oder Mol positives Ion bei 0^0 abs. berechnet werden. Wenn N die Elektronenzahl bei T^0 abs., U die Maximalzahl der „freien", d. i. die elektrische Leitung vermittelnden Elektronen, R die Größe 2,00 bedeutet, so ist $N = U e^{-\frac{Q}{RT}}$ und es ist der Widerstand w_T bei T^0 abs. bzw. t^0 C:

$$w_T = w_0 (1 + \alpha t + \beta t^2) e^{+\frac{Q}{R}\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)}.$$

Hierbei entspricht die Größe $w_0(1+\alpha t+\beta t^2)$, die angenähert $= w_0 \frac{T}{T_0}$ ist, dem Verhalten der „idealen" Metalle. Wie das Verhalten des „idealen" Metalles bei sehr tiefer Temperatur ist, und inwieweit die einzelnen realen Metalle sich dem Verhalten des idealen Metalles nähern, ist eine Frage, welche nur durch das Experiment entschieden werden kann. Wir werden im folgenden darauf zurückkommen. Die hier dargelegten Anschauungen mögen aber noch durch eine Vergleichung besser erläutert werden.

Erhitzt man z. B. Stickstoffdioxyd oder besser festes Kalziumkarbonat, so beobachtete man bekanntlich eine Entwicklung von Kohlensäure, deren Menge durch ein Dissoziationsgesetz von derselben Form gegeben ist wie das für die Elektronen aufgestellte. Ebenso wie bei den Elektronen kann man nicht direkt die Zahl der CO_2-Moleküle bestimmen. Man mißt vielmehr den Gasdruck. Um die Zahl der Moleküle zu berechnen und so das Dissoziationsgesetz zu prüfen, legt man, was bei den hohen Temperaturen berechtigt ist, das für nichtdissoziierende Gase geltende Gesetz von Boyle-Mariotte und das Gesetz von Avogadro zugrunde. In der Elektronentheorie muß man ganz analog das Leitfähigkeitsgesetz für die Elektronen im idealen Metall kennen. Dies Gesetz hat man ebenso wie das Druckgesetz bei den Gasen dadurch erhalten, daß man das empirisch ermittelte Verhalten von Metallen bei höheren Temperaturen, die sich möglichst dem idealen Metall nähern, zugrunde legt.

Eine Schwierigkeit tritt gerade so wie bei der chemischen Dissoziation erst dann auf, wenn Q klein ist, und schon bei tiefer Temperatur die Mehrzahl der Elektronen für die elektrische Leitung frei ist. Wie in diesem Fall für das Gas, wenn dessen Druck bei tiefer Temperatur hoch ist, das Boyle-Mariottesche Gesetz nicht gilt, sondern das von van der Waals oder kompliziertere mit individuellen Konstanten ersetzt werden muß, geht es bei der elektronentheoretischen Deutung der Leitfähigkeit von Substanzen mit kleiner oder verschwindender Dissoziationswärme. Auch hier entspricht nach den neuesten Messungen von Kamerlingh Onnes bei tieferen Temperaturen das Gesetz des idealen Metalles nicht mehr der einfachen Formel $w = w_0 \frac{T}{T_0}$ oder $w(1+\alpha t+\beta t^2)$, sondern muß durch ein Gesetz mit individuellen Konstanten ersetzt werden. Um das Gesetz des reinen, nichtdissoziierenden Metalles bei ganz tiefen Temperaturen zu finden, muß man sicher wissen, welche Schwermetalle sich dem idealen Zustand am meisten nähern. Außer der Leitfähigkeit erlaubt höchstens der Halleffekt — und auch das nur unter bestimmten Bedingungen — die Änderung der Elektronenzahl, also die Dissoziation oder das Ausbleiben derselben, festzustellen, während wir bei den chemischen Dissoziationsprozessen außer den obenerwähnten Druckmessungen noch direkte chemische Beweise für die Dissoziation besitzen.

Daher muß man vorläufig die Prüfung des Dissoziationsgesetzes der Elektronen in einem Temperaturbereich vornehmen, indem das Verhalten der idealen Metalle an dem übereinstimmenden Verhalten der realen Metalle sicher genug bekannt ist, also zwischen -180^0 und $+2000^0$. Doch ermöglicht wohl die im folgenden gegebene Tabelle des Zusammenhangs zwischen elektrischer Dissoziation und periodischem System Elemente zu finden, bei denen sicher $Q = 0$, vielleicht $Q < 0$, also eine Änderung der Elektronenzahl infolge Dissoziation auch bei tiefen Temperaturen nicht vorhanden sein dürfte. Das sind unter anderem die Schwermetalle mit den größten Atomgewichten, Quecksilber, Platin, Gold, Blei. Namentlich dürfte Quecksilber, weil es leicht ganz rein zu erhalten, dem Idealzustand am nächsten kommen.

Welches die allgemeinen Gesetze für das Verhalten der Elektronen in Metallen sind, in denen $q = 0$ ist, also die Elektronenzahl sich nicht ändert, können wir noch nicht sagen. Die ersten Elektronentheorien von Riecke, P. Drude, J. J. Thomson haben zunächst dieselben Gesetze wie für ideale Gase angenommen. Hierdurch entstehen aber für die Deutung der spezifischen Wärme, wie schon M. Reinganum und J. J. Thomson bemerkt und wie für die thermoelektrischen Erscheinungen J. Weiß und der Vortragende gezeigt haben, Schwierigkeiten, die auf ein kompli-

zierteres Verhalten der Elektronen hinweisen. Wir haben auch schon darauf hingewiesen, daß bez. der spezifischen Wärmen von Ionen in Lösung analoge Schwierigkeiten auftreten. Es ist jedoch nicht notwendig anzunehmen, daß die Elektronenzahl sehr klein ist. Der Halleffekt, das metalloptische Verhalten usw. scheinen zu fordern, daß die Elektronenzahl in Metallen von der Größenordnung $^1/_3 N$ ist. Dagegen scheint auch mit Hinblick auf das Gesetz von Wiedemann und Franz die Annahme zulässig, daß die Energie eines freien Elektrons nur in erster Annäherung αT, exakter aber durch die Energieverteilung nach M. Planck bestimmt ist. Ferner kann sie sehr wohl den Atomen entnommen werden und daher für die spezifische Wärme nicht in Betracht kommen.

Es bestehen folgende Analogien zwischen Gasen und Elektronen in festen Körpern:

a) Bei Dissoziationsvorgängen, also bei Änderung der Zahl der Moleküle oder Elektronen, Gültigkeit analoger Gesetze.

b) Bei konstanter Zahl der Moleküle bzw. Elektronen:

α) Bei hoher Temperatur das Druckgesetz des idealen Gases bzw. das ziemlich ähnliche Leitfähigkeitsgesetz des idealen Metalles.

β) Bei tiefer Temperatur für Gase Druckgesetze mit individuellen Konstanten, wie das van der Waals, bzw. für Metalle vielleicht Leitfähigkeitsgesetze nach der Quantentheorie mit individueller Schwingungszahl, wie sie H. Kamerlingh Onnes, W. Nernst und F. A. Lindemann aufgestellt haben.

---

3. Wir möchten hieran noch eine Bemerkung knüpfen: Die zuletzt erwähnten Leitfähigkeitsgesetze für Metalle bei niederer Temperatur nehmen konstante Elektronenzahl an, und daß die Weglänge von der Temperatur so abhängt, wie man aus der Quantentheorie entnehmen kann.

Es liegt nun die Frage nahe, ob nicht bei den von uns untersuchten Halbleitern die sicher vorhandene Änderung der Elektronenzahl statt durch eine Dissoziationsformel durch eine Formel der Quantentheorie zu erklären wäre, die hier die Änderung der Zahl erklären müßte. Das könnte wohl nur eine etwas andere, das Wesentliche nicht verändernde Deutung der beobachteten Erscheinung.

Man könnte, worauf experimentelle optische Gründe hinweisen, versuchen, die Größe Q als Produkt von $h.\nu$ zu denken. Andererseits kommt man aber bei Durchführung der Energieverteilung nach der Quantentheorie für die elektrischen Dissoziationen, z. B. die von gelösten Molekülen oder von reinem Wasser in Ionen, auf andere Temperaturgesetze der Dissoziation, als sie experimentell gefunden werden, $N = Ue^{-\frac{Q}{R\beta\nu}\left(\frac{\beta\nu}{T}-1\right)}$. Da aber für die Ionen in Lösung jedenfalls die Gasgesetze und damit die experimentell gefundenen und theoretisch abgeleiteten Dissoziationsgesetze gelten, so wäre man dadurch genötigt, für die Dissoziationswärme in der Quantentheorie einen ganz bestimmten Ausdruck anzunehmen. Auf diese Probleme können wir hier nicht weiter eingehen. Mag auch das von uns aufgestellte Dissoziationsgesetz für Elektronen nicht ganz streng sein, so wird man doch, solange die Gesetze für die „freien" Elektronen im idealen Metall nicht sicher bekannt sind, kaum ein anderes aufstellen können.

4. Nach unserer Auffassung mißt man also durch die Dissoziationswärme Q die Vereinigungswärme Elektron—Molekül bzw. Atom und damit auch in erster Annäherung die Affinität und zwar die der chemisch stärksten Valenzstelle im Atom.

Natürlich gilt das nur relativ für das Atom bzw. Molekül in dem betreffenden Zustand und der bestimmten kristallographischen Anordnung. Für dasselbe Element kann Q je nach der festen Modifikation verschiedene Werte haben. Ist die Umwandlung reversibel, so ist der Unterschied meist nicht groß:

Si α	1600	-200^0 bis $+205^0$
Si β	etwa 3000	$+205^0$ bis $+440^0$
Si γ	6000	$+440^0$ bis ?

Isomorphe Beimengungen können analog wie bei anderen chemischen Vorgängen die Größe beeinflussen und zwar prozentisch um so mehr, je kleiner dieselbe ist. Das Silizium war recht rein (99,0 Proz.), doch mag immerhin Q für ganz reines Silizium noch einen etwas geringeren Wert besitzen.

Sind die Umwandlungen nicht reversibel (Graphit—Diamant), so sind die Werte von Q auch der Größenordnung nach ganz verschieden, das Element erscheint als Leiter und Isolator[1]):

Graphit $Q = 400$ bis 800,

Diamant $Q = 1 \cdot 10^4$ (C. Doelter) zweite Modifikation von 1250^0 ab.

Man kann die Frage stellen, welcher Wert

1) a. a. O. (N. Jahrb. f. Min., Beilagebd. **32**, 101, 1911) ist auseinandergesetzt, daß ein Zusammenhang zwischen Größe der Umwandlungswärme und Umkehrbarkeit vermutlich vorhanden ist.

+1 −7 *H* *Is*	+2 −6	+3 −5	+4 −4							+1 +1 −6	+2 +2 −4	+3 +1 −4	+4 −4	−3 +5	−2 +6	−1 +7	−0 +8 *He* *Is*
Li *Me*	*Be* *Me*	*B* *Is* *Hl*	*C* *Is* *Hl* 600											*N* *Is*	*O* *Is*	*F* *Is*	*Ne* *Is*
Na *Me*	*Mg* *Me*	*Al* *Me*	*Fi* *Is* *Hl* 1600—6000											*P* *Is* *Hl* > 2000	*S* *Is*	*Cl* *Is*	*Ar* *I*
K *Me*	*Ca* *Me*	*Sc* *Me*	*Ti* *Hl* 200—1000	*V* *Me*	*Cr* *Me*	*Mn* *Me*	*Fe* *Me* 30(?)	*Ni* *Me*	*Co* *Me*	*Cu* *Me*	*Zn* *Me*	*Ga* *Me*	*Ge* *Me*	*As* *Is* *Hl* < 100	*Se* *Is* *Hl* 5000?	*Br* *Is*	*Kr* *Is*
Rb *Me*	*Sr* *Me*	*Y* *Me*	*Zr* *Hl* 120	*Nb* *Me*	*Mo* *Me*		*Ru* *Me*	*Rh* *Me*	*Pd* *Me*	*Ag* *Me*	*Cd* *Me*	*In* *Me*	*Sn* *Me*	*Sb* *Me*	*Te* *Hl* 1000?	*I* *Is* < 10000	*Xe* *Is*
Cs *Me*	*Ba* *Me*	*La* *Me*	*Ce* *Me*	*Pr* *Me*	*Nd* *Me*	*Sm* *Me*	*Eu* *Me*	*Gd* *Me*									
				Tb *Me*	*Dy* *Me*	*Ho* *Me*	*Er* *Me*	*Tu* *Me*									
		Lu?		*Ta* *Me*	*W* *Me*		*Os* *Me*	*Ir* *Me*	*Pt* *Me*	*Au* *Me*	*Hg* *Me*	*Tl* *Me*	*Pb* *Me*	*Bi* *Me*	*AC* · *B* *Th* · *B*	*Ac* · *A* *Th* · *A*	*Ac* · *Em* *Th* · *Em*
Th · *X* *Me*			*Th* *Me*								*RaF* ?	*RaE* ?	*RaD* ?	*RaC* ?	*RaB* ?	*RaA* ?	*RaEm* ?
	Ra *Me*			*Io* ?	*U* *Me*												

Me = Metall, *Is* = Isolator, *Hl* = Halbleiter mit meßbarem Q, die Grenzwerte von Q sind die verschiedenen Modifikationen im festen Zustande entsprechenden minimalen und maximalen Werte.

von Q mag der für die Affinität maßgebende sein. Vielleicht sind es beide: Kohlenstoff tritt ja vierwertig elektropositiv wie elektronegativ auf ($\overset{+}{C}O_2$, $\overset{+}{C}Cl_4$, $\overset{-}{C}a\overset{+}{C}_2$ usw.).

5. In der letzten Zeit haben sich durch Untersuchungen von O. Reichenheim[1]), K. Schilling[2]) und dem Vortragenden, J. Clay[3]), H. Kamerlingh Onnes[4]) und anderen die Daten über die Leitfähigkeit der Elemente und deren Temperaturänderung wesentlich vermehrt und vervollständigt, so daß es möglich ist, diese Übersicht dem periodischen System der Elemente entsprechend zu geben. Hervorzuheben ist, daß die letzten Untersuchungen[1]) im Leidener Laboratorium bei der Temperatur des flüssigen Heliums im Unterschied zu früheren dort vorgenommenen Messungen zeigten, daß Metalle mit hohem Atomgewicht, wie Quecksilber, Blei, Platin, Gold bis zu 4° abs. herab eine starke Widerstandsabnahme zeigen. (Für Platin und Aluminium scheint sich ganz neuerdings wieder ein anderes Verhalten zu ergeben.) Für diese wäre nach den jetzigen Daten $Q < o$. Auf der vorstehenden Tabelle, die sich an die Anordnung des periodischen Systems, wie sie z. B. St. Meyer und auch der Verfasser gebraucht haben, anschließt, sind 1. die Substanzen angegeben, für welche Q einen leicht meßbaren Wert hat (über 100 und unter 10000). Die Daten sind den Anmerkung 1, 2, 3, 4 (S. 1087, l. Sp.) zitierten Arbeiten entnommen. Das sind Elemente mit kleinerem Atomgewicht, die eine Mittelstellung zwischen ausgesprochen elektropositiven und elektronegativen Substanzen einnehmen. Chemisch treten beide Arten von Valenzen mit nahe gleich starker Affinität in Wirkung. Diese Elemente besitzen daher verschiedene Modifikationen mit wechselndem Q. Geht man in einer Vertikalreihe des periodischen Systems[1]) nach größeren Atomgewichten, so wird Q kleiner, das Element nähert sich in jeder Hinsicht dem Metall, z. B. *Si*, *Ti*, *Zr*; *P*, *As*, *Sb*; *S*, *Se*, *Te*.

1) J. Koenigsberger u. O. Reichenheim, diese Zeitschr. **7**, 570, 1906.

2) J. Koenigsberger u. K. Schilling, Ann. d. Phys. (4) **32**, 179, 1910.

3) J. Clay, Proefschrift, Leiden 1908.

4) Kamerlingh Onnes, Comm. Phys. Laborat. Nr. 119, 120, 122.

1) K. Baedeker hat in seinem Buch „Die thermoelektrischen Erscheinungen in metallischen Leitern", Braunschweig 1911, S. 21 eine Übersicht über die Leitfähigkeit der Metalle bei 0° C nach dem periodischen System angeordnet gegeben.

Dasselbe gilt, wenn bei niederen Atomgewichten der elektronegative Charakter ausgesprochen und somit Q groß ist, z. B. Vertikalreihe des Phosphors und des Schwefels.

Es erhebt sich dann die Frage: Wird mit zunehmendem Atomgewicht in Vertikalreihen, wo von vornherein der metallische Charakter ausgeprägt ist, z. B. Alkalireihe, Q vielleicht < 0? Die elektrische Leitfähigkeit allein kann, wie schon erörtert, darüber keine Auskunft geben. Immerhin ist damit im Zusammenhang die bekannte Tatsache bemerkenswert, daß die radioaktiven Elemente, die negative Elektronen mit gewaltigen Energiemengen, also negativen Dissoziationswärmen, unter Aufsplitterung des Atoms entsenden, in den Vertikalreihen das höchste Atomgewicht haben. Aus der Tabelle läßt sich noch ersehen, bei welchen Elementen ein Minimalwert des Widerstandes in leicht erreichbaren Temperaturgrenzen liegen kann, nämlich vermutlich Bor, Vanadin, Arsen und wohl unter $-200°$ Eisen. Dem Vortragenden war es leider bisher nicht möglich, die erstgenannten Substanzen in chemisch reinen, kompakten Stücken zu erhalten und Eisen unter $-180°$ zu untersuchen.

III.

6. Die Bedeutung der chemischen Affinität für die Entladungsvorgänge in Gasen, speziell für die Absorption der Kathodenstrahlen durch Gase, haben zuerst P. Lenard und A. Becker hervorgehoben; nach der Ansicht von Becker dürfte die „chemische Affinität" physikalisch fixiert sein durch die Zahl der von einem Atom abgespaltenen oder aufgenommenen negativen Quanten. Bei der Absorption der Kathodenstrahlen wird wohl zum Teil die innere Affinität zweiter Art, die Aufnahme des Elektrons in ein neutrales Atom, gemessen (2). O. Reichenheim hat gezeigt, daß der hohe anormale Anodenfall in den Halogenen, Phosphor usw. bei kleiner Elektrodenfläche mit dem elektronegativen Charakter des betreffenden Gases zusammenhängt. Ferner treten in den positiven Anodenstrahlen selbst vor allem die elektropositiven Elemente auf.

Die Beweglichkeit negativer Ionen in verschiedenen Gasen hat dann J. Franck mit deren chemischer Affinität in Zusammenhang gebracht. Daß auch die Vorgänge in Kanalstrahlen ein Maß für die chemische Affinität geben, haben H. v. Dechend und W. Hammer, J. Kutschewski und der Vortragende hervorgehoben. Doch scheint uns, daß bei Kanalstrahlen, obgleich man es mit freien Atomen zu tun hat, nur unter konstanten Bedingungen eine relative Affinitätsmessung vorgenommen werden kann. Das Auftreten negativer Ionen im Kanalstrahl ist an sich noch nicht beweisend, da z. B. das elektronegative Jod nur schwer, der elektropositive Wasserstoff leicht als negativer Kanalstrahl erscheint. Je nach den Bedingungen kann der Sauerstoff nur positiv oder auch negativ im Kanalstrahl erscheinen.

J. Kutschewski hat, um diese Fragen aufzuklären, auf Veranlassung des Vortragenden quantitative Messungen an Kanalstrahlen vorgenommen, die a. a. O. eingehender publiziert werden. Die Methode beruht auf einer Ermittlung der Teilzahl durch die photographische Schwärzung[1]). Es erwies sich für eine bestimmte Geschwindigkeit die Schwärzung als unabhängig von der Ladung und proportional der Zahl der Atome bzw. Moleküle im Kanalstrahl, solange die Schwärzung nicht einen bestimmten Maximalwert, der ermittelt wurde, erreicht.

Der Beweis hierfür wurde auf drei Arten gegeben:

1. Da die Zahl bei konstanter Entladung der Zeit proportional, muß dies auch die Schwärzung sein.

Beispiel:

s (Druck) $= 4{,}0 \cdot 10^{-4}$ mm Hg, $v = 2{,}4 \cdot 10^8$ cm/sec.

Schwärzung in 120 sec = 60 Einheiten p_1,

11 sec = 5,9 „ p_2,

also p_1/p_2 beob. = 10, ber. = 11.

2. Wie sich theoretisch zeigen läßt, gilt für zwei verschiedene Wegstrecken l_1 und l_2, daß das Schwärzungsverhältnis des positiven zum assoziierten Kanalstrahl

$$\left(\frac{p}{a}\right)_1 = w\,\frac{1+\frac{1}{w}e^{-fl_1}}{1-e^{-fl_1}} \quad \text{und} \quad \left(\frac{p}{a}\right)_2 = w\,\frac{1+\frac{1}{w}e^{-fl_2}}{1-e^{-fl_2}},$$

woraus

$$f = -\frac{1}{l_1}\,lgn\,\frac{\left(\frac{p}{a}\right)_1 - w}{1+\left(\frac{p}{a}\right)_1} = \frac{1}{l_2}\,lgn\,\frac{\left(\frac{p}{a}\right)_2 - w}{1+\left(\frac{p}{a}\right)_2}.$$

Hierin ist w bestimmt (vgl. weiter unten); also läßt sich f aus $\left(\frac{p}{a}\right)_2$ ausrechnen und daraus e^{-fl_2} berechnen und mit dem aus der direkten Beobachtung folgenden Wert vergleichen.

Für H_+ in H_2, $v = 2{,}4 \cdot 10^8$, $s = 6{,}0 \cdot 10^{-4}$ mm.

$\left(\frac{p}{a}\right)_1 = 7{,}0$, $\left(\frac{p}{a}\right)_2 = 18$, e^{-fl_2} ber. $= 0{,}88$, beob. $= 0{,}91$;

1) J. Koenigsberger u. J. Kutschewski, Sitzungsber. Heidelb. Akad. d. Wiss. 1911, 8. Abh.; J. Koenigsberger, diese Zeitschr. 11, 848, 1910.

$s = 2{,}4 \cdot 10^{-3}$

$\left(\frac{p}{a}\right)_1 = 3{,}5$, $\left(\frac{p}{a}\right)_2 = 8{,}0$, e^{-fl_2} ber. $= 0{,}77$, beob. $= 0{,}80$;

$s = 5{,}9 \cdot 10^{-3}$

$\left(\frac{p}{a}\right)_1 = 2{,}1$, $\left(\frac{p}{a}\right)_2 = 3{,}5$, e^{-fl_2} ber. $= 0{,}64$, beob. $= 0{,}60$;

$s = 7{,}5 \cdot 10^{-3}$

$\left(\frac{p}{a}\right)_1 = 2{,}7$, $\left(\frac{p}{a}\right)_2 = 1{,}6$, e^{-fl_2} ber. $= 0{,}55$, beob. $= 0{,}51$.

3. Daß die Schwärzung unabhängig von der Ladung ist, ließ sich folgendermaßen zeigen:

Nahe hinter der Kathode wird der Kanalstrahl durch ein kombiniertes elektrisches und magnetisches Feld I in zwei Teile geteilt, einen positiven p und einen neutralen n. Wenn der Druck im Beobachtungsraume sehr klein, $\leq 1 \cdot 10^{-4}$ mm, so erfolgen bei einer Geschwindigkeit von $2{,}4 \cdot 10^8$ auf der Wegstrecke von 20 cm zwischen Kamera und erstem Felde nur sehr wenig Umladungen, der positive Strahl bleibt praktisch positiv, der neutrale Strahl neutral. Wenn dagegen der Druck 50mal größer, etwa $5 \cdot 10^{-3}$ mm ist, so ist die Umladung sehr erheblich. Der ursprünglich positive Strahl ist an der Kamera aus neutralen und positiven Teilen fast in demselben Verhältnis zusammengesetzt wie der primär neutrale. Da im ersten Fall für $p < 1 \cdot 10^{-4}$ mm die Absorption a überhaupt sehr klein ist, im zweiten Fall, wo die Umladungen häufig sind, für primär neutralen und positiven Strahl infolge der Umladungen nahe gleich ist, so kann man folgende Beziehungen aufstellen. Im ersten Fall ist I) $\frac{p \cdot c}{n} = F$, hierin ist c der Faktor, welcher angibt, um wieviel ein positiver Strahl auf der Platte stärker als der neutrale wirkt. Im zweiten Fall ist II) $\frac{ap}{an} = F'$, wenn a der aus dem oben dargelegten Grunde für p und n gleiche Absorptionskoeffizient ist; eine Verschiedenheit in der photographischen Wirkung von p und n an der Kamera kann nicht mehr auftreten, da dort beide durch Umladungen nahezu gleich zusammengesetzt sind.

Wenn also $F' = F$ ist, so muß $c = 1$ sein.

Beispiel:

1. $s = 2{,}3 \cdot 10^{-4}$, $F = 0{,}63$; $s = 5{,}0 \cdot 10^{-3}$, $F' = 0{,}64$, $v = 2{,}6 \cdot 10^8$.
2. $s = 1{,}7 \cdot 10^{-3}$, $F = 0{,}63$; $s = 8{,}1 \cdot 10^{-3}$, $F' = 0{,}62$, $v = 2{,}6 \cdot 10^8$.

Über die experimentellen Einzelheiten sei hier nur mitgeteilt, daß die Druckmessungen mit Knudsen-Manometer unmittelbar am Beobachtungsraum und gleichzeitig mit Mac-Leod-Manometer erfolgten.

Die Umladungen wurden in der Weise gemessen, daß der aus der Kathode kommende Strahl durch ein elektrisches Feld in einen positiven p_0 und neutralen n_0 zerlegt werden. Durch ein damit koinzidierendes sehr enges magnetisches Feld erfolgte die Auflösung in Strahlen mit verschiedenem e/m. Ein zweites magnetisches Feld in dem Abstand von 14 cm war durch Eisenstücke im Glasrohr ebenfalls auf einen kleinen Raum konzentriert. Dies zweite Feld erlaubte die innerhalb der 14 cm assoziierten Strahlen a von den dann noch positiven p- und ebenso die dissoziierten d- von den zuletzt noch neutralen n-Strahlen zu trennen.

Wenn die Schwärzungen der Teilzahl proportional sind, so gilt:

$$\frac{p}{a} = w \frac{1 + \frac{1}{w} e^{-fl}}{1 - e^{-fl}} \qquad \text{I)}$$

$$\frac{n}{d} = \frac{1}{w} \frac{1 + w \cdot e^{-fl}}{1 - e^{-fl}}. \qquad \text{II)}$$

Man kann die Größe w durch Elimination aus I) und II) für ein beliebiges l, oder durch Beobachtung des Gleichgewichts zwischen p und a, oder was dasselbe ist, des Gleichgewichts zwischen p_0 und n_0, wenn dieses wirklich erreicht ist, erhalten. Noch einfacher erhält man w aus großen p/a und n/d; dann ist

$$w = \frac{p \cdot d}{n \cdot a}.$$

Hier seien nur einige Werte gegeben.

H-Strahl in O_2.

v cm/sec	s in mm Hg	w
$1{,}80 \cdot 10^8$	$3{,}0 \cdot 10^{-3}$	0,58
$1{,}88 \cdot 10^8$	$3{,}0 \cdot 10^{-4}$	0,60
	$3{,}1 \cdot 10^{-3}$	0,64
	$6{,}8 \cdot 10^{-3}$	0,61
$1{,}96 \cdot 10^8$	$3{,}0 \cdot 10^{-4}$	0,65
	$3{,}2 \cdot 10^{-3}$	0,67
$2{,}2 \cdot 10^8$	$7{,}1 \cdot 10^{-3}$	0,72
$2{,}7 \cdot 10^8$	$2{,}3 \cdot 10^{-4}$	0,79
	$1{,}7 \cdot 10^{-3}$	0,77
	$8{,}0 \cdot 10^{-3}$	0,76

Die Funktionen f_p und f_n in I) und II) sind den Weglängen der positiven bzw. neutralen Strahlen λ_p und λ_n umgekehrt proportional. Man erhält so λ_p und λ_n für verschiedene e/m bei verschiedenen Geschwindigkeiten, Drucken und in verschiedenen Gasen. Einige

Werte von λ in Zentimetern seien hier gegeben[1]):

H in O_2.

$v \cdot 10^{-8}$	s in mm	λ_β	λ_n
1,85	$1{,}6 \cdot 10^{-4}$	40,0	66,5
	$3{,}0 \cdot 10^{-3}$	16,5	27,0
2,10	$3{,}1 \cdot 10^{-4}$	164	233
	$7{,}0 \cdot 10^{-3}$	16,5	23,0
2,40	$3{,}0 \cdot 10^{-4}$	200	275
	$5{,}0 \cdot 10^{-3}$	25,0	35,0
2,62	$3{,}0 \cdot 10^{-4}$	208	260
	$5{,}0 \cdot 10^{-3}$	34,0	42,0

H in H_2.

$v \cdot 10^{-8}$	s	λ_β	λ_n
2,40	$2{,}0 \cdot 10^{-4}$	238	330
	$2{,}4 \cdot 10^{-3}$	47,5	66,0
	$1{,}1 \cdot 10^{-2}$	16,5	23,0

Für die hier behandelte Frage ist der Wert λ_β bzw. λ_n für verschiedene e/m bei gleicher kinetischer Energie, gleichem Druck in demselben Gase wesentlich:

In Helium.

e/m	$v = 2{,}6 \cdot 10^8$; $s = 5 \cdot 10^{-4}$ λ_β	$v = 2{,}3 \cdot 10^8$; $s = 2 \cdot 10^{-3}$ λ_β
H	85,0	48,0
H_2	33,0	15,5
He	42,0	19,2
O	17,5	—

In Wasserstoff.

e/m	$v = 2{,}5 \cdot 10^8$	
	λ_β $s = 1{,}8 \cdot 10^{-3}$	$s = 6{,}3 \cdot 10^{-4}$ λ_β
H	55	79
H_2	23	25
O	19	11,5

Aus diesen Zahlen ersieht man, daß ein spezifischer Unterschied zwischen Molekül H_2 und Atom H, zwischen dem stark elektronegativen Sauerstoff und dem elektropositiven Wasserstoff oder Helium nicht besteht, sondern im wesentlichen nur die Querschnitte in Betracht kommen.

Es erfolgt also im Kanalstrahl die Addition eines Elektrons an das positive Kanalstrahlion im wesentlichen nur durch elektrostatische äußere Kräfte, nicht durch die innere Affinität des Atoms.

Dasselbe gilt merkwürdigerweise, wie aus der Tabelle hervorgeht, auch für λ_n, wenn das neutralisierte Kanalstrahlion ein Elektron abgibt, sich so wieder positiv lädt. Da die Elektrizitätsleitung im festen Zustande zeigt, daß die Abgabe des Elektrons dort in Übereinstimmung mit der chemischen Affinität erfolgt, müssen wir wohl schließen, daß das Elektron im neutralen Kanalstrahl anders gebunden ist als in Sauerstoff- oder Heliumatomen im festen Zustand.

Die innere Affinität macht sich dagegen bei der Entstehung negativer Kanalstrahlionen geltend, doch auch da nur unter ganz bestimmten Bedingungen. An sich entstehen, wenn Wasserdampf und andere Dämpfe vom Beobachtungsraum ferngehalten werden, in ihm keine negativen Ionen, ebensowenig im Entladungsraum. Auch der elektronegative Sauerstoff oder das elektronegative Jod gibt für sich, trotz der Anwesenheit vieler freier negativer Ladungen, keinen negativen Kanalstrahl. Erst wenn Wasserdampf, der vielleicht in $2H_+$ und $O_{\quad}$ zerlegt wird, ermöglicht die Anlagerung des Elektrons an das neutrale Atom, und hierbei tritt die innere Affinität in Wirkung. Wenn dann z. B. das Verhältnis der Zahl der positiven Ionen zu der der negativen für Sauerstoff = 1 ist, so wird es bei gleichen Bedingungen für Wasserstoff etwa $^1/_2$, für Kohlenstoff $^1/_4$, für Helium = 0. Helium lädt sich nie negativ, in Übereinstimmung mit den Beobachtungen von J. Franck.

Im Anschluß daran lag die Frage nahe, ob ein neutralisiertes, ursprünglich negatives Kanalstrahlion dasselbe ist oder sich gerade so verhält wie ein neutralisiertes, primär positives Ion. J. Kutschewski und der Vortragende fanden, daß dies zutrifft, daß also im negativen Kanalstrahlion, das ja durch Addition von zwei Elektronen aus dem positiven entstanden ist, das erste Elektron der äußeren, das zweite Elektron der inneren Affinität folgt.

1) Es sei hier nur kurz darauf hingewiesen, daß die Weglängen der Umladung λ_β oder λ_n z. T. kleiner als die der Absorption λ_A sind. So ist für H in O_2 $v = 2{,}6 \cdot 10^8$, $s = 5{,}0 \cdot 10^{-3}$, $\lambda_\beta = 33$, $\lambda_A = 19{,}5$, $v = 2{,}3 \cdot 10^8$, $s = 5 \cdot 10^{-3}$, $\lambda_\beta = 29$, $\lambda_A = 21{,}5$, $v = 1{,}8 \cdot 10^8$, $s = 3 \cdot 10^{-3}$, $\lambda_\beta = 10$, $\lambda_A = 37{,}0$.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über den Ursprung der Träger der bewegten und der ruhenden Intensität der Kanalstrahlen.

(Vorläufige Mitteilung.)

Von Heinrich Wilsar.

Bei allen Spektrallinien, die in den Kanalstrahlen den Dopplereffekt gezeigt haben, ist bisher neben der bewegten Intensität auch immer die ruhende, nicht verschobene Linie gefunden worden. Neben den bewegten, Licht aussendenden Teilchen sind also auch immer ruhende Lichtquellen vorhanden.

Neuere Versuche[1]) haben gezeigt, daß ein Kanalstrahl beim Eintritt in ein sehr gutes Vakuum aufhört zu leuchten, d. h. weder die ruhende noch die bewegte Intensität besitzt. Sich selbst überlassen, klingen die schwingenden Leuchtzentren schnell ab und können als Lichtquellen im Vakuum keine sehr lange Strecke fliegen. Damit ein leuchtender Kanalstrahl zustande kommt, müssen die Teilchen zum Weiterleuchten angeregt werden und die Rolle des Anregers übernimmt die Gas- oder Dampfatmosphäre, in welche der Strahl hineingeht. Zwischen den bewegten Teilchen des Kanalstrahls und den ruhenden des umgebenden Mediums müssen also Beeinflussungen, Zusammenstöße stattfinden.

Es sind nun folgende drei Möglichkeiten für die Erklärung des Ursprungs der Träger der ruhenden und der bewegten Intensität vorhanden:

1. Die Träger beider Intensitäten stammen aus dem Entladungsraum (Kathodenfall). Der eine Teil fliegt unbehindert durch den Beobachtungsraum (hinter der Kathode), regt sich an den ruhenden Teilchen des umgebenden Mediums zum Leuchten an und erzeugt die bewegte Intensität. Der zweite Teil der Partikeln desselben Ursprungs kommt mit den Teilchen des ruhenden umgebenden Mediums zum Zusammenstoß, verliert dabei seine Geschwindigkeit, klingt ruhend ab und erzeugt die ruhende Spektrallinie.

2. Die bewegte Intensität wird von den Teilchen des Beobachtungsraumes hervorgerufen, die durch Zusammenstöße mit den aus dem Kathodenfall stammenden Teilchen ihre Geschwindigkeit erhalten und zugleich zum Leuchten angeregt werden[2]). Die ruhende Intensität kann dann sowohl von den beim Zusammenstoß aufgehaltenen, als auch von den zwar zum Leuchten angeregten, aber nicht beschleunigten Teilchen des umgebenden Mediums herrühren[1]).

3. Endlich ist es möglich, daß die Träger der bewegten Intensität dem Kathodenfall entstammen, den ganzen Beobachtungsraum durchfliegen, ohne im wesentlichen ihre Geschwindigkeit andern Teilchen abzutreten, — und nur von den ruhenden Teilchen des Beobachtungsraumes zum Leuchten angeregt werden. Ihrerseits regen die schnell bewegten Partikeln die ruhenden Teilchen des umgebenden Gases zum Leuchten an, ohne ihnen eine Geschwindigkeit zu erteilen, die für die Erzeugung des Dopplereffekts in Betracht kommen könnte. Die letzteren Teilchen sind die Träger der ruhenden Intensität.

Aus Versuchen mit Wasserstoffkanalstrahlen in Stickstoff schließt B. Strasser[2]), „daß Kanalstrahlen beim Durchgang durch ein ruhendes Gas dieses zur Emission seines Spektrums veranlassen, und die Annahme erscheint damit bewiesen, daß auch die beim Dopplereffekt auftretenden ruhenden Linien eines Kanalstrahlenspektrums durch Stoß der bewegten Teilchen zur Emission gebracht werden".

Andererseits findet O. Reichenheim[3]) bei Anodenstrahlen des Strontiums nur die bewegte Intensität und erklärt es dadurch, daß Metalldampf, der die ruhende Intensität emittieren könnte, offenbar im Entladungsraum nicht vorhanden war. Ein Analogieschluß für das Verhalten von Kanalstrahlen eines Gases liegt nahe.

Diese Anschauungen über den Ursprung der ruhenden und bewegten Intensität stimmen mit der letzten der oben angeführten möglichen Erklärungen überein.

Um nun endgültig zwischen den Möglichkeiten zu entscheiden, schien es doch ratsam, systematische Versuche anzustellen.

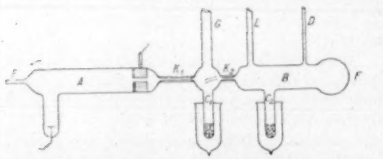
Über diese Versuche, die ich auf Veranlassung des Herrn W. Wien im physikalischen Institut der Universität Würzburg unternommen habe, will ich hier kurz berichten.

Die Versuche bestanden darin, daß die in einem Gase erzeugten Kanalstrahlen in ein anderes hineingeleitet wurden; der so entstandene leuchtende Strahl wurde spektrophoto-

1) Koenigsberger u. Kutschewski, Ber. der Heidelberg. Akad. 1910, Abh. 5, S. 7; v. Dechend u. Hammer, Ber. der Heidelberg. Akad. 1910, Abh. 21, S. 9.
2) G. S. Fulcher, Astrophys. J. **33**, 28—57, 1911.

1) J. Stark, Ann. d. Phys. **21**, 430, 1906.
2) B. Strasser, Ann. d. Phys. **32**, 1110, 1910.
3) O. Reichenheim, Ann. d. Phys. **33**, 758, 1910.

graphisch untersucht. Es wurde dabei die von W. Wien angegebene Durchströmungsmethode benutzt. Die Versuchsanordnung ist aus der beigefügten Fig. 1 zu ersehen.



A = Entladungsraum, *B* = Beobachtungsraum, C_1, C_2 = Kohle-Kühl-Vorrichtungen, *D*, *E* = Einströmung der Gase, *G* = zur Gaedepumpe, *L* = zum Mc Leod, k_1, k_2 = Kapillaren.

Fig. 1.

Durch *E* strömte das Gas, in welchem die Kanalstrahlen entstehen sollten, ein und wurde zum Teil durch die Gaedepumpe abgepumpt, zum Teil durch die Kohle in C_1 aufgenommen. Durch *D* strömte das zum Anregen bestimmte Gas in den Beobachtungsraum und wurde seinerseits durch die Gaedepumpe und die Kohle in C_2 entfernt. Die Kokosnußkohle wurde durch flüssige Luft gekühlt. Mit Hilfe dieser Anordnung wurde eine genügende Trennung der beiden zu untersuchenden Gase erreicht.

Die Partialdrucke der beiden Gase konnten in *B* durch ein Mc-Leod-Manometer gemessen werden. Strömte nur durch *E* Gas in den Entladungsraum, so konnte im Beobachtungsraum nur ein äußerst schwaches Leuchten mit ausgeruhtem Auge wahrgenommen werden. Ließ man auch durch *D* einströmen, so leuchtete der Strahl hell auf. Beim Einströmen beider Gase konnte im Entladungsraum und im Kanalstrahl vor der Kapillare K_1 keine Spur des durch *D* einströmenden Gases spektroskopisch gefunden werden.

Bei *F* wurde ein sehr lichtstarker Spektralapparat[1]) von Steinheil unter einem Neigungswinkel zur Achse des Entladungsrohres so aufgestellt, daß kein Licht aus dem Entladungsrohr und aus den Kapillaren auf den Spalt fallen konnte. Das Spektrum wurde auf Schleußner-Ultra-Rapid-Platten aufgenommen. Die Expositionszeiten betrugen in verschiedenen Fällen 4—20 Stunden. Die Spaltweite des Spektroskops war 0,01—0,04 mm.

Zuerst wurden die Versuche mit Sauerstoff und Stickstoff gemacht. Beide Gase wurden in Vorratsgefäßen über Phosphorpentoxyd getrocknet und strömten dann durch Kapillaren von 1,5 m Länge und 0,1 mm ⌀ in die Versuchsanordnung. Die an die Entladungsröhre angelegten Spannungen (Induktorium) betrugen in Funkenstrecken 8—10 mm.

1. Strömte nur Sauerstoff ins Entladungsrohr, so betrug der Druck des Sauerstoffs in *B* 0,0015 mm *Hg*. Das Leuchten des Strahls in *B* war dabei sehr gering. Sobald Stickstoff in den Beobachtungsraum hineingelassen wurde, betrug der Gesamtdruck in *B* 0,012 mm *Hg*. Das Leuchten des Strahls war dabei so intensiv, daß in 4 Stunden Aufnahmen erhalten werden konnten, die bequem zu photometrieren waren.

Die photographische Platte zeigte in diesem Falle nur die ruhenden Intensitäten der Stickstofflinien, die Stickstoffbanden und nur die bewegten Intensitäten der stärksten Sauerstoff-Funkenlinien.

Nun wurden die Rollen der Gase gegenseitig vertauscht:

2. Strömte nur Stickstoff in den Entladungsraum, so betrug sein Partialdruck im Beobachtungsraum 0,003 mm *Hg*. Bei gleichzeitigem Einströmen von Sauerstoff in den Beobachtungsraum zeigte das Manometer in *B* den Druck 0,011 mm *Hg*. Das Leuchten des Strahls in *B* war wieder so intensiv, daß in 4 Stunden gute Bilder der Spektrallinien erhalten wurden.

Dieser inverse Versuch ergab auf der Platte nur die ruhenden Intensitäten der Sauerstofflinien und nur die bewegte Intensität der stärksten Stickstofflinien.

Zwischen dem Beobachtungsraum und dem Mc Leod war keine Kühlvorrichtung: deshalb konnte eine kleine Menge *Hg*-Dampf aus dem Manometer durch *B* zur Kühlung C_2 strömen. Da der *Hg*-Dampf durch Kanalstrahlen eines jeden Gases intensiv zum Leuchten angeregt wird, so wurden die stärksten *Hg*-Linien immer auch auf den Platten erhalten. Die *Hg*-Linie $\lambda = 4358$ Å wurde zum Ausmessen des Spektrums benutzt. Die in Betracht kommenden Teile der Spektra wurden mit dem Hartmannschen Photometer ausphotometriert.

Das beigefügte Diagramm I (Fig. 2) zeigt im Falle I (Anregung des Stickstoffs durch einen Sauerstoffkanalstrahl) an der Sauerstofflinie $\lambda = 4415$ Å deutlich die starke bewegte und die schwache ruhende Intensität. Die letztere rührt vom geringen noch vorhandenen Partialdruck des Sauerstoffs im Beobachtungsraum her.

Im Falle 2 (Anregung des Sauerstoffs durch einen Stickstoffkanalstrahl) zeigt die Kurve der Linie $\lambda = 4415$ Å das inverse Verhalten der Intensitäten: die ruhende Intensität ist sehr

1) Siehe H. Bärwald, Ann. d. Phys. **34**, 885, 1911.

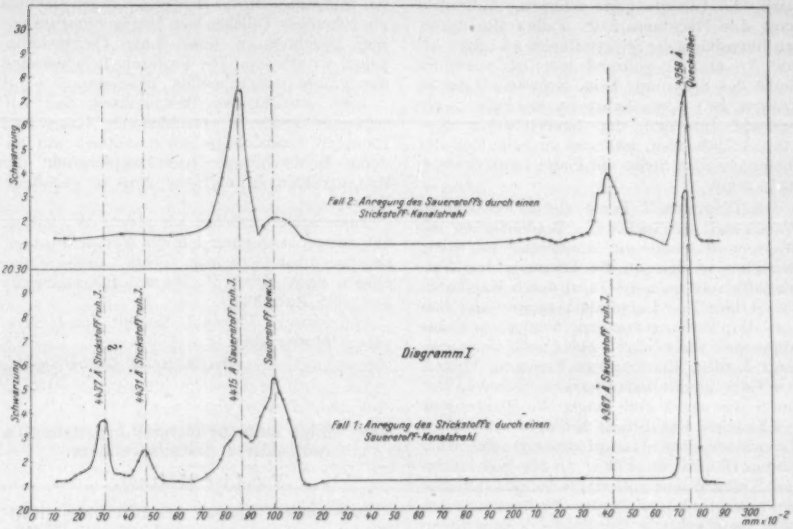

Schwärzung
Fall 2: Anregung des Sauerstoffs durch einen Stickstoff-Kanalstrahl
λ 359 Å Quecksilber
Diagramm I
λ 437 Å Stickstoff ruh. J.
λ 431 Å Stickstoff ruh. J.
λ 415 Å Sauerstoff ruh. J.
Sauerstoff bew. J.
λ 387 Å Sauerstoff ruh. J.
Fall 1: Anregung des Stickstoffs durch einen Sauerstoff-Kanalstrahl
mm x 10⁻²

Fig. 2.

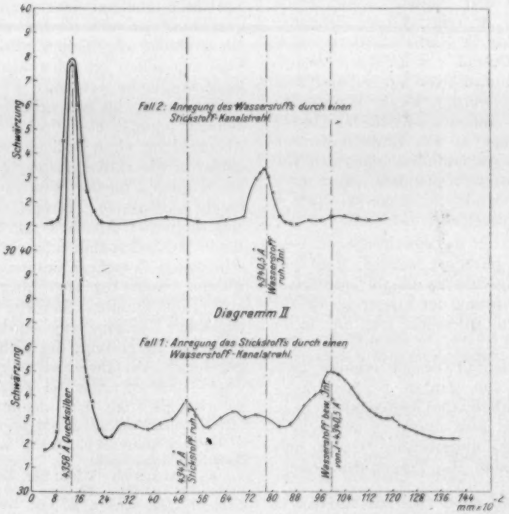

Schwärzung
Fall 2: Anregung des Wasserstoffs durch einen Stickstoff-Kanalstrahl
λ 434,1 Å Wasserstoff ruh. J.
Diagramm II
Fall 1: Anregung des Stickstoffs durch einen Wasserstoff-Kanalstrahl
λ 358 Å Quecksilber
λ 391,7 Å Stickstoff ruh. J.
Wasserstoff bew. J. und λ 434,1 Å
mm x 10⁻²

Fig. 3.

stark, die bewegte ganz schwach. Außerdem zeigt das Diagramm I im Falle 1 die ruhenden Intensitäten der Stickstofflinien $\lambda = 4437$ Å[1]) und $\lambda = 4431$ Å; während im Falle 2 an der Stelle des Spektrums keine Schwärzung zu bemerken ist. Umgekehrt ist im Falle 2 die ruhende Intensität der Sauerstofflinie $\lambda = 4367$ Å vorhanden, während im Falle I an der entsprechenden Stelle die Platte keine Schwärzung zeigt.

Das Diagramm II (Fig. 3) gilt für Versuche an Wasserstoff und Stickstoff. Bei Versuchen mit Wasserstoff mußte die Anordnung ein wenig verändert werden, da die Trennung des Wasserstoffs von anderen Gasen durch Kapillaren schwieriger ist. Es mußten engere und längere Kapillaren genommen werden, und das Abpumpen mußte durch zwei Gaedepumpen besorgt werden. Eine saubere Trennung der beiden Gase konnte kaum erreicht werden. Der durch die engen und langen Kapillaren sehr geschwächte Kanalstrahl bedingte sehr lange Expositionszeiten. Trotzdem zeigt das Diagramm II, daß im Falle (1) des Hineindringens eines Wasserstoffstrahls in Stickstoff nur die bewegte Intensität des Wasserstoffs auftritt. Umgekehrt ist im Falle (2) eines Stickstoffkanalstrahls in einer Wasserstoffatmosphäre nur die ruhende Intensität des Wasserstoffs vorhanden.

Die immer auf den Platten vorkommende *Hg*-Linie $\lambda = 4358$ Å zeigt keinen Dopplereffekt, weil bei der in Fig. 1 skizzierten Anordnung der *Hg*-Dampf nur im Raum *B* vorhanden sein kann und also nur ruhend zum Leuchten angeregt werden kann. Wurde das Kühlgefäß bei C_1 entfernt, so daß *Hg*-Dampf aus der Gaedepumpe in den Entladungsraum gelangen konnte, so entstanden neben den Kanalstrahlen des durchströmenden Gases auch *Hg*-Kanalstrahlen, und die Linie $\lambda = 4358$ Å zeigte einen Dopplereffekt. —

Aus den Resultaten der beschriebenen Versuche kann also gefolgert werden, daß von den drei oben angeführten möglichen Erklärungen für den Ursprung der Träger der ruhenden und bewegten Intensität nur die letzte richtig sein kann:

Die im Kathodenfall beschleunigten Teilchen durcheilen den ganzen Beobachtungsraum, ohne wesentlich an Geschwindigkeit zu verlieren; sie regen sich selber an den ruhenden Teilchen des umgebenden Gases zum Leuchten an und sind die Träger der bewegten Intensität. Im Vorbeifliegen regen sie auch die ruhenden Teilchen des Beobachtungsraums zum Leuchten an, ohne ihnen Geschwindigkeiten zu erteilen. Die letzteren Teilchen sind die Träger der ruhenden Intensität.

Eine ausführliche Beschreibung der Anregungsversuche in verschiedenen Gasen und Dämpfen beabsichtige ich zusammen mit anderen Beobachtungen am Dopplereffekt der Kanalstrahlen in nächster Zeit zu veröffentlichen.

Zum Schluß möchte ich Herrn W. Wien, auf dessen Anregung ich die Versuche unternommen habe, meinen Dank aussprechen; ebenso auch Herrn F. Harms für zahlreiche wertvolle Ratschläge.

Würzburg, Physikal. Institut der Universität, Oktober 1911.

(Eingegangen 22. Oktober 1911.)

1) Die Zugehörigkeit dieser Linie zum Stickstoff ist nicht sicher, doch tritt sie immer in meinen Stickstoffkanalstrahlen auf.

Über einige einfache Herstellungsmethoden radioaktiver Zerfallsprodukte.

Von Lise Meitner.

Gelegentlich einiger Arbeiten über die β-Strahlen der verschiedenen radioaktiven Körper[1]) hatte sich die Notwendigkeit ergeben, Methoden auszuarbeiten, die die Herstellung radioaktiver Produkte in möglichst dünnen Schichten und auf sehr geringen Oberflächen gestatten. Da die hierbei erzielten Resultate ein gewisses allgemeines praktisches Interesse besitzen, sollen sie hier kurz im Zusammenhang mitgeteilt werden.

Es wurden im wesentlichen zwei Methoden benützt, einmal die direkte elektrochemische Abscheidung eines radioaktiven Produktes auf einem in die aktive Lösung getauchten Metall, das demnach unedler sein muß als das betreffende radioaktive Produkt, andererseits die elektrolytische Abscheidung an der Kathode. Beide Methoden sind schon wiederholt von verschiedenen Forschern untersucht und verwertet worden, wobei es sich aber stets um mehr qualitative Studien handelte[2]). In der vorliegenden Untersuchung wurden unter anderem Produkte hergestellt, die bisher nach dem angegebenen Verfahren nicht gewonnen worden waren, und vor allem die Versuchsbedingungen so gewählt, daß bei absoluter Reinheit der

1) O. v. Baeyer, O. Hahn u. L. Meitner, diese Ztschr. **12**, 1099, 1911.

2) F. v. Lerch, Wien. Ber. **114**, Febr. 1905, März 1905; Ann. d. Phys. **12**, 745, 1903; M. Levin, diese Ztschr. **7**, 812, 1906 u. **8**, 132, 1907; Meyer u. E. v. Schweidler, Wien. Ber. **114**, 1147, 1905; H. Sirk, Wien. Ber. **118** (2a), 363, 1909 u. **119**, Juni 1910.

abzutrennenden Substanz eine möglichst quantitative Ausbeute erzielt wurde.

Es wurden auf diese Weise *RaB*+*C*, *RaC*, *RaE*, Mesothorium 2, Thorium *A*, Thorium *B*+*C*, Aktinium *A* und Aktinium *B* abgetrennt.

Der rasch zerfallende Niederschlag des Radiums: *RaB*+*C*, *RaC*.

Der aktive Niederschlag wurde entweder auf negativ geladenen Phosphorbronzedrähten gesammelt oder man ließ ihn sich an den Wänden des die Radiumemanation enthaltenden Glasgefäßes absetzen, worauf er durch Kochen in stark verdünnter Salzsäure abgelöst wurde. Kam es darauf an, die einzelnen Produkte auf sehr kleinen Metalloberflächen abzuscheiden, so mußte das Flüssigkeitsvolumen sehr gering gewählt werden, höchstens einige Kubikzentimeter.

Um Radium *B*+*C* aus der Lösung zu gewinnen, wurde die schwach saure Lösung elektrolysiert. Als Anode diente ein Platindraht, als Kathode ein Silberdraht. Es wurde eine Spannung von 220 Volt angelegt und eine 25kerzige Glühlampe dazwischen geschaltet. Der Abstand der Elektroden betrug einige Millimeter. Genaue Bestimmungen der Stromstärke wurden nicht ausgeführt, aber der Abstand der Elektroden stets so reguliert, daß die Glühlampe hell brannte. Diese Versuchsbedingungen wurden bei allen elektrolytischen Versuchen eingehalten. Die Lösung wurde während des Elektrolysierens ständig stark kochend erhalten, was sich für die Güte der Ausbeute als sehr wesentlich erwies. H. Sirk[1]) hat bei seinen elektrolytischen Versuchen gefunden, daß ständiges Rühren der aktiven Lösung die kathodische Ausscheidung der radioaktiven Substanz sehr unterstützt. Es ist nicht unwahrscheinlich, daß das Kochen der Lösung die gleiche Wirkung wie Rühren herbeiführt, indem es die an der Kathode infolge der Ausscheidung bedingte Verarmung an radioaktiver Substanz aufhebt.

Da die Radioaktivität der Lösung, die die dem rasch zerfallenden Niederschlag entsprechende zeitliche Abklingung besitzt, nimmt die Menge der an der Kathode niedergeschlagenen *RaB*+*C*-Menge nicht unbegrenzt mit der Dauer der Elektrolyse zu, sondern es existiert ein Optimum der Zeit. Aus zahlreichen Versuchen ergab sich als günstigste Dauer der Elektrolyse die Zeit von 15 bis 20 Minuten. Wurde als Kathode ein dickerer Silberdraht (etwa 0,8 mm Durchmesser und 10 bis 15 mm Länge) gewählt, so konnte fast die ganze theoretisch zu erwartende *RaB*+*C*-Menge niedergeschlagen werden. Wurde, wie es zumeist geschah, ein Draht von 0,19 mm Dicke und etwa 10 mm Länge verwendet, so betrug die Ausbeute ungefähr 60 Proz. der theoretischen. Diese Zahlenverhältnisse erwiesen sich innerhalb weiter Grenzen als unabhängig von der absoluten Stärke der elektrolysierten Lösung. Sie wurden aus zahlreichen Versuchen gewonnen, bei denen die Aktivität der Lösung zwischen 0,1 mg und etwa 15 mg (bezogen auf die γ-Strahlung von Radiumbromid im Gleichgewicht mit seinen Zerfallsprodukten) schwankte.

Die Prüfung der Abklingung der am Silberdraht gesammelten Aktivität ergab, daß unter den angeführten Bedingungen *RaB*+*C* mit einem geringen Überschuß an *RaB* abgeschieden wird. Die in der Lösung noch vorhandene Aktivität zeigte entsprechend eine etwas raschere Abnahme als *RaB*+*C* im Gleichgewicht entspricht.

Es wurden auch einige orientierende Versuche mit Nickel, Gold und Platin als Kathode ausgeführt. In allen drei Fällen erwies sich die abgeschiedene Aktivität als *RaB*+*C*, betrug aber der Intensität nach nur einige Prozent der unter gleichen Bedingungen an Silberkathoden erhaltenen Menge.

Einen wesentlichen Einfluß übt die Säurekonzentration auf die Abscheidung der Aktivität aus. In stark saurer Lösung war die Aktivität der Kathode viel geringer und zeigte einen wechselnden Überschuß an *RaC*; in ammoniakalischer Lösung wurde praktisch gar keine aktive Substanz ausgeschieden, was möglicherweise seinen Grund darin hat, daß *RaB*+*C* durch NH_3 gefällt wird, also unter diesen Bedingungen gar nicht mehr in gelöster Form vorliegt. Es sei hier noch erwähnt, daß der aktivierte Silberdraht in vielen Fällen fast ganz blank, manchmal aber mit einem schwachen Niederschlag überzogen war, der offenbar von Spuren verunreinigender Substanz in der Lösung herrührte. Die Anode (Platin) war in allen Fällen praktisch inaktiv.

Die Herstellung von Radium *C* geschieht am besten nach der zuerst von v. Lerch[1]) angegebenen Methode, indem man Nickel in die schwach salzsaure Lösung des aktiven Niederschlages taucht. Auch hier wird die Ausbeute bedeutend erhöht, wenn man die Lösung auf ein geringes Flüssigkeitsvolumen beschränkt und während der Dauer des Versuches kochend erhält. Bei Verwendung von Nickelblechen von nicht gar zu geringer Ober-

1) H. Sirk, l. c.

1) F. v. Lerch, Ann. d. Phys. **20**, 345, 1906.

fläche kann man auf diese Weise eine fast quantitative Abscheidung des Radium *C* erzielen. Beispielsweise wurde in eine kochende Lösung, die 8 mg *RaB*+*C* enthielt, 10 Minuten lang ein etwa 1 cm² großes Nickelblech getaucht, wobei sich auf demselben 6,6 mg *RaC* abschieden. Da die Aktivität der Lösung während der 10 Minuten abnimmt, entspricht die erhaltene *RaC*-Menge fast quantitativ der theoretisch zu erwartenden.

Wurden dünne, kurze Nickeldrähte verwendet (0,2 bis 0,3 mm dick und 10 mm lang), so betrug die erzielte Ausbeute nur 50 bis 60 Proz. der theoretischen. Immerhin konnten auf diesen kleinen Oberflächen mehrere Milligramm *RaC* konzentriert werden.

Es wurden auch mehrere Versuche angestellt, um auf elektrolytischem Wege die Trennung von *RaC* in RaC_1 und RaC_2, die nach der Rückstoßmethode zuerst von Hahn und Meitner[1]) durchgeführt und kürzlich von Fajans[2]) bestätigt worden ist, zu erzielen. Es wurden zu diesem Zwecke die Nickelbleche nur wenige Sekunden in der Lösung gekocht und dann möglichst rasch zur Messung gebracht. Es gelang indes nicht, hierbei eindeutige Resultate zu erhalten.

RaE.

Das Radium *E* bildet bekanntlich den β-strahlenden Bestandteil des langsam zerfallenden Niederschlages des Radiums. Es läßt sich von Radium *D* und Radium *F* durch Glühen abtrennen, da es weniger flüchtig ist als die beiden anderen Produkte. Auch durch chemische Reaktionen ist es mehr oder minder rein darstellbar. Eine exakte Reindarstellung des *RaE* ist deswegen von besonderem Interesse, weil die bisher vorliegenden Angaben über seine Abklingung einander teilweise widersprechen. Rutherford, der zuerst die Trennung des langsam zerfallenden Niederschlages in seine Bestandteile durchführte, fand als Halbwertszeit für *RaE* 6 Tage, bei späteren Versuchen 4,5 Tage. Meyer und v. Schweidler schlossen aus ihren Versuchen[3]), daß *RaE* aus zwei Körpern bestehe, RaE_1 und RaE_2. RaE_1 wandelt sich strahlenlos in 6,2 Tagen in das β-strahlende RaE_2 um, das eine Halbwertszeit von 4,8 Tagen besitzt. Damit waren auch die Unterschiede in den Rutherfordschen Zahlen erklärt. Dementgegen wies Antonoff in einer kürzlich im Rutherfordschen Laboratorium durchgeführten Arbeit nach[1]), daß *RaE* ein einheitlicher Körper mit der Halbwertszeit von 5 Tagen ist. Der Beweis wurde durch die Aufnahme der β-Anstiegskurve von ursprünglich *RaE*-freiem Radium *D* erbracht. Eine direkte Abklingungskurve von *RaE* über eine längere Zeit konnte aber nicht aufgenommen werden.

Die eingangs erwähnten beiden Methoden gestatten nun ohne weiteres eine Reindarstellung von Radium *E* und somit auch eine sehr einfache Prüfung seiner Abklingungskonstanten. Gewinnt man *RaD*+*E*+*F* dadurch, daß man einen negativ geladenen Draht längere Zeit der Radiumemanation aussetzt, so ist der Vorgang sehr einfach. Einige Stunden nach Herausnahme aus der Emanation ist der rasch zerfallende Niederschlag verschwunden und die übrig bleibende Aktivität rührt nur vom *RaD*+*E*+*F* her. Man löst diese in verdünnter *HCl* auf und kann nun aus der kochenden Lösung durch Eintauchen eines Nickelbleches oder durch Elektrolysieren an einer Silberkathode das *RaE* abscheiden. Dabei wird aber auch ein Teil des *RaF* abgetrennt.

Gewöhnlich handelt es sich indes darum, das Radium *E* aus *RaD*-haltigem Bleichlorid, d. h. aus den Bleirückständen der Pechblende abzutrennen. Arbeitet man mit geringen Mengen Bleichlorid (10 bis 20 g), so genügt es, das Bleichlorid in Wasser zu lösen und in die kochende Lösung ein Nickelblech hineinzuhängen. Arbeitet man mit größeren Mengen, so muß man das Bleichlorid durch Auflösen in kochendem Wasser und nachheriges Auskristallisieren in der Kälte zum größeren Teil entfernen. Das Radium *E* und das Polonium bleiben hierbei im Filtrat, das dann auf ein kleines Volumen eingeengt werden kann[2]). Dieses Verfahren wurde auch hier eingehalten. In das eingeengte Filtrat wurde ein Nickelblech getaucht und etwa $^1/_2$ Stunde in der kochenden Lösung gelassen. Es gelang so über 60 Proz. der in 200 g aktivem Bleichlorid enthaltenen Menge *RaE* auf einem Nickelblech von etwa 1 cm² Oberfläche in unendlich dünner Schicht zu konzentrieren. Die elektrolytische Methode, die eine noch bessere Konzentration auf kleinen Oberflächen gestattet, erfordert die vorherige quantitative Abscheidung des Bleies, die durch bloßes Auskristallisieren in der Kälte natürlich nicht erzielt wird. Man kann diese Schwierigkeit umgehen, indem man das *RaE* zunächst auf Nickel niederschlägt, von diesem durch

1) O. Hahn u. L. Meitner, diese Ztschr. **10**, 697, 1909.
2) K. Fajans, diese Ztschr. **12**, 369, 1911.
3) St. Meyer u. E. v. Schweidler, Ber. d. Akad. d. Wiss Wien **115**, IIa, 697, 1906.

1) G. N. Antonoff, Phil. Mag. (6) **19**, 825, 1910.
2) F. Giesel, Chem. Ber. **41**, 1059, 1908; Mme. Curie, Traité de Radioactivité t. I, 185, 1911.

Kochen in Salzsäure ablöst und die Lösung dann etwa 30 Minuten lang elektrolysiert. Beispielsweise wurde auf diese Weise fast 0,2 mg Radium *E* auf einem 0,19 mm dicken und 10 mm langen Silberdrähtchen abgeschieden.

Wie rein das nach dem angegebenen Verfahren erhaltene *RaE* ist, kann aus nachstehender Abklingungskurve (Fig. 1) ersehen werden, in der als Abszissen die Zeiten in Tagen, als Ordinaten die Logarithmen der Aktivität in willkürlichem Maß eingetragen sind. Dieselbe wurde mit einem Präparat aufgenommen, das durch Eintauchen eines Nickelbleches in eine

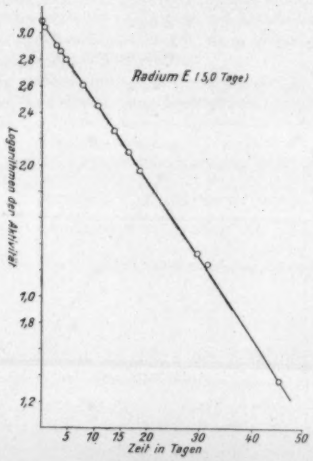


Fig. 1.

kochende Lösung von 10 g aktivem Bleichlorid gewonnen worden war. Die ursprüngliche Aktivität des Bleches betrug $6{,}8 \cdot 10^{-3}$ mg und die Messungen erstreckten sich über 46 Tage. Nach dieser Zeit waren weniger als 2 Promille der Anfangsaktivität vorhanden, gleichwohl erfolgte die Abklingung noch exponential mit einer Halbwertszeit von 5 Tagen. Derselbe Wert der Zerfallskonstante wurde auch mit verschiedenen anderen Präparaten erhalten in Übereinstimmung mit den Resultaten von Antonoff.

Es wurden außer Nickel auch *Fe*, *Sn* und *Pb* zur Abscheidung von *RaE* herangezogen. Die Ausbeuten waren viel schlechter als mit *Ni* und zwar am schlechtesten mit *Pb*, am besten mit *Sn*. In allen Fällen war das Verhältnis der α-Aktivität zur β-Aktivität das gleiche, was zu dem Schluß berechtigt, daß gleichzeitig mit dem *RaE* auch die ihm entsprechende Menge *RaF* abgeschieden wird. Will man das vermeiden, so muß man das *RaF* vorher, etwa durch Eintauchen von Wismut in die Lösung, entfernen.

Mesothorium 2.

Das Mesothorium 2 bildet den β-strahlenden Bestandteil des Mesothoriums[1]), des ersten Zerfallsproduktes des Thoriums. Es entsteht aus dem strahlenlosen Mesothorium 1 und zerfällt in 6,2 Stunden zur Hälfte in Radiothor. Um es elektrolytisch niederzuschlagen, wurde folgendermaßen verfahren. Das Mesothor wurde in Intervallen von mehreren Tagen durch Fällungen mit *Fe* vom Radiothor möglichst vollständig befreit. Während dieser Zeit zerfällt auch das beim Mesothor verbleibende *ThX* zum größten Teil. Man erhält so ein Präparat, das Mesothorium 1 und Mesothorium 2 im Gleichgewicht und eine geringe Menge *ThX* plus der entsprechenden Menge aktiven Niederschlages (*ThA*+*B*+*C*+*D*) enthält. Macht man nun wieder eine Fällung unter Zusatz ganz geringer Spuren von Eisen, so wird Mesothorium 2 und *ThA* gefällt. Die Fällung wurde in verdünnter Salzsäure gelöst. Die Lösung wurde zunächst mit Platin als Kathode elektrolysiert. Dabei scheidet sich das *ThA* an der Kathode aus (vgl. weiter unten). Gleichzeitig wird auf diese Weise die geringe Menge Eisen aus der Lösung entfernt, was insofern von Wichtigkeit ist, als die elektrolytische Abscheidung von Mesothorium 2 nur in fast neutraler Lösung gut vor sich geht und in dieses das Eisen und mit ihm das Mesothorium 2 ausfallen würde. Nachdem nun *ThA* und die Spuren von Eisen entfernt waren, wurde die Lösung fast neutralisiert und dann unter ständigem Kochen mit Silber als Kathode elektrolysiert. Mesothorium 2 wandert dabei an die Kathode. Es gelang so wieder auf einem Silberdrähtchen von 0,19 mm Dicke und knapp 10 mm Länge mehrere Milligramm Mesothorium 2 zu konzentrieren.

Der aktive Niederschlag des Thoriums: *ThA*+*B*+*C*, *ThA*, *ThB*+*C*.

Der aktive Niederschlag des Thoriums wurde in der üblichen Weise auf negativ geladenen Zinnfolien, die der Einwirkung eines emanierenden Radiothorpräparates ausgesetzt waren, gesammelt und durch Kochen in verdünnter Salzsäure abgelöst. Um *ThA* zu erhalten,

1) O. Hahn, diese Ztschr. **8**, 277, 1907; **9**, 246 u. 392, 1908.

wurde die Lösung mit Gold oder Platin als Kathode elektrolysiert. Dabei bleibt *ThB* und *ThD* in Lösung, während *ThA* abgeschieden wird und zwar in verhältnismäßig großer Reinheit. Das konnte durch die Prüfung der Aktivitätsänderung festgestellt werden. Die nach der angegebenen Weise aktivierten Platin- und Golddrähte wiesen eine Zunahme ihrer β-Aktivität auf, die 2 bis 3 Stunden andauerte. Die einzelnen Versuche zeigten aber untereinander keine vollkommene Übereinstimmung, indem manchmal die β-Aktivität der Präparate mehr als das Doppelte ihres ursprünglichen Wertes erreichte (was der theoretischen Anstiegskurve von anfangs *ThB*-freiem *ThA* entspricht), manchmal aber auch nur $1^1/_2$mal so stark wurden als sie nach Beendigung der Elektrolyse waren. Es wurden also in manchen Fällen auch geringe Mengen *ThB* mit ausgeschieden, ohne daß es möglich war, die Bedingungen, unter denen dies eintrat, festzustellen. Indes kann man sich hiervon leicht unabhängig machen, da sich *ThB* aus der Lösung des aktiven Niederschlages ohne Schwierigkeiten abtrennen läßt. Man bedient sich hierzu am besten der von v. Lerch[1]) angegebenen Methode durch Eintauchen von Nickel in die Lösung. *ThA* und *ThD* bleiben dabei in Lösung. Man kann auf diese Weise *ThB* quantitativ entfernen, und wenn man dann die Lösung unter Kochen mit *Au* oder *Pt* als Kathode einige Minuten elektrolysiert, so erhält man reines *ThA*.

Wurden Gold oder Platin ohne Elektrolyse in die kochende Lösung getaucht, so war die an ihnen abgeschiedene Aktivität verschwindend klein. Wurde mit Silber als Kathode elektrolysiert, so schied sich *ThA*+*B*, aber mit großem Überschuß an *ThB* ab.

Da *ThD* leicht nach der Rückstoßmethode herzustellen ist, gestatten die angeführten Methoden, die einzelnen Umwandlungsprodukte des aktiven Niederschlages des Thoriums, mit Ausnahme des sehr kurzlebigen *ThC*, getrennt und zwar in sehr guter Ausbeute zu erhalten.

Der aktive Niederschlag des Aktiniums.

Der aktive Niederschlag des Aktiniums wurde in gleicher Weise gesammelt wie der des Thoriums. Bringt man in die kochende, schwach salzsaure Lösung desselben 1 bis 2 Minuten lang ein Nickelblech, so scheidet sich auf demselben Aktinium *B* in überraschender Reinheit ab. Die Reindarstellung dieses Körpers bildete bisher wegen seiner kurzen Lebensdauer (2,15 Minute Halbwertszeit) im allgemeinen einige Schwierigkeiten; nach der angegebenen Methode erfolgt sie mit außerordentlicher Leichtigkeit. Wie absolut rein die Substanz abgeschieden wird, zeigt die nachstehende α-Strahlenkurve (Fig. 2). Als Abszissen sind die Zeiten in Minuten, als Ordinaten die Logarithmen der Aktivität aufgetragen.

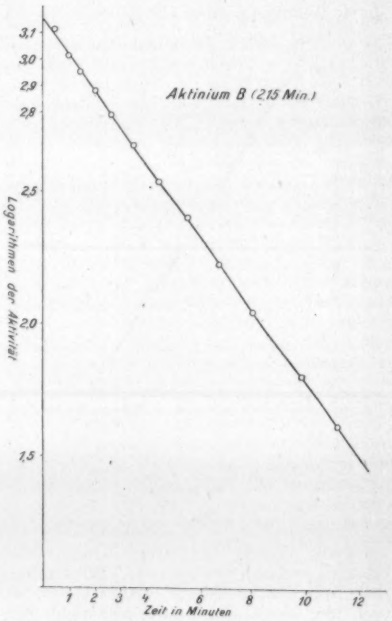


Fig. 2.

Es sei hier noch bemerkt, daß manche der Abklingungskurven in ihrem anfänglichen Verlauf einen weniger steilen Abfall zeigten als im weiteren Verlauf. Wenn dieser Erscheinung eine wirkliche Tatsache zugrunde liegt, so kann es nur die sein, daß Aktinium *B* selbst komplex ist und aus einem Körper Aktinium B_1 mit der Halbwertszeit 2,15 Minuten und einer zweiten Substanz Aktinium B_2 besteht, deren Lebensdauer kurz ist im Verhältnis zu der von Aktinium B_1. Zu dem gleichen Schluß war bereits früher Mlle. Blanquis auf Grund ihrer Untersuchungen über die Ionisations-

1) F. v. Lerch, l. c.

kurven des aktiven Niederschlages von Aktinium gelangt[1]). Indes war es mir nicht möglich, die erwähnten Unregelmäßigkeiten in der Abklingung des Aktinium *B* willkürlich zu reproduzieren.

Wurde die Lösung des aktiven Niederschlages unter den oben angegebenen Bedingungen mit Silber als Kathode elektrolysiert, so schied sich Aktinium $A+B+C$ mit einem Überschuß an Aktinium *A* ab. Da die Nachbildung von Aktinium *B* mit 2,1 Minuten, die von Aktinium *C* mit einer Periode von 5,1 Minuten erfolgt, so spielt hier die Geschwindigkeit, mit der das Präparat nach dem Entfernen aus der Lösung gemessen wird, eine ausschlaggebende Rolle für den gefundenen Überschuß an Aktinium *A*.

Die Abscheidung des Aktinium *B* auf Nickel ist wegen der Einfachheit des Verfahrens und der relativen Empfindlichkeit (es werden α-Strahlen gemessen) vielleicht zum Nachweis kleiner Aktiniummengen geeignet.

1) Mlle Blanquis, C. R. **151**, 57—60, 1910.

Berlin, Chemisches Institut der Universität.

(Eingegangen 15. September 1911.)

Magnetische Spektren der β-Strahlen des Radiums.

Von Otto v. Baeyer, Otto Hahn und Lise Meitner.

(Mit Tafel XIV.)

In zwei vorangehenden Arbeiten[1]) sind die magnetischen Spektren der β-Strahlen verschiedener radioaktiver Substanzen, besonders der Produkte der Thoriumreihe beschrieben worden. Dabei zeigte sich, daß in fast allen Fällen ein diskontinuierliches Spektrum erhalten wird. Besonders wohl definierte Streifen erhielt man in dem Gebiet der langsameren β-Strahlen (von 70 Proz. Lichtgeschwindigkeit an abwärts), während die schnelleren nur ziemlich verwaschene Bänder ergaben, was sich z. B. beim *RaE* besonders bemerkbar machte.

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit den β-Strahlen des Radiums selbst und seines schnell zerfallenden aktiven Niederschlags. Diese Untersuchung bot insofern ein besonderes Interesse, da bei früheren Versuchen, wie z. B. von Kaufmann und Bucherer, eine Diskontinuität des magnetischen Spektrums sich nicht bemerkbar gemacht hatte.

Die durchdringenden β-Strahlen der üblichen Radiumsalze rühren vor allem vom *RaC* her. Aus Absorptionsmessungen war für diese Substanz schon früher eine komplexe β-Strahlung angenommen worden. Außer dem Radium *C* emittiert das Radium *B* β-Strahlen, die im allgemeinen weniger durchdringend sind als die Strahlen des *RaC*, und nach Untersuchungen von H. W. Schmidt[1]) ebenfalls als komplex anzusehen sind. Schließlich ist das Radium selbst Träger einer typischen β-Strahlung, die von Hahn und Meitner[2]) aufgefunden und vor kurzem von Kolowrat[3]) bestätigt worden ist. Diese Strahlung beteiligt sich bei der gesamten β-Strahlung des Radiums plus aktivem Niederschlag, in der üblichen elektroskopischen Weise gemessen, nur zu etwa 1 Proz., läßt sich aber in einem entemanierten Radium mit Leichtigkeit nachweisen.

Bei der Aufnahme des magnetischen Spektrums muß man also 3 Strahlengruppen erwarten, die des *RaC*, des *RaB* und des eigentlichen Radiums.

Die β-Strahlen des aktiven Niederschlags des Radiums.

Zuerst wurde der aktive Niederschlag des Radiums untersucht und zwar $RaB+C$. Der an den Wänden eines geeigneten Emanationsgefäßes angesammelte aktive Niederschlag wurde nach den Angaben von L. Meitner[4]) in salzsaurer Lösung an einer Silberkathode elektrolytisch abgeschieden. Die verwendete Silberkathode bestand aus einem 1 cm langen, 0,2 mm dicken Silberdrähtchen. Die Aktivität eines solchen Präparats entsprach 2 bis 4 mg Radium und war hergestellt worden aus 12 mg Emanation.

Das Präparat wurde in dünne Zinnfolie (0,007 mm) eingehüllt, um ein Verstreuen der aktiven Substanz durch Rückstoß oder Erschütterungen zu vermeiden. Die experimentelle Anordnung zur photographischen Aufnahme des magnetischen Spektrums im Vakuum war dieselbe wie früher. Die Feldstärke betrug 215 Gauß, die Expositionsdauer 2 Stunden.

Die erhaltene Photographie ist in Fig. 1[5]) dreifach vergrößert wiedergegeben. Auf der

1) v. Baeyer u. Hahn, diese Zeitschr. **11**, 488, 1910; v. Baeyer, Hahn u. Meitner, diese Zeitschr. **12**, 273, 1911.

1) H. W. Schmidt, Ann. d. Phys. (4) **21**, 609, 1906.
2) Hahn u. Meitner, diese Zeitschr. **10**, 741, 1909.
3) Kolowrat, Le Radium **7**, 269, 1910.
4) L. Meitner, diese Zeitschr. **12**, 1094, 1911.
5) Die beiden Figuren befinden sich auf besonderer Tafel XIV.

Originalplatte sind außer dem starken α-Strahlstreifen 7 Streifen zu erkennen, die sich mit genügender Genauigkeit ausmessen ließen. Auf der Reproduktion sind nicht alle Streifen zu erkennen, da, wie wir schon früher beobachteten, die schnelleren β-Strahlen ziemlich unscharfe Bilder ergaben. Die Ausmessung der Streifen erfolgte wie früher unter einem schwach vergrößernden Mikroskop.

Bei der Berechnung der Krümmungsradien aus der gemessenen Ablenkung und den Apparatdimensionen wurde nicht die früher verwandte einfache Formel benutzt, da diese bei der hier vorliegenden Größe der Ablenkung (bis zu 5 mm) nicht genügend genau ist[1]).

Die genauere Formel lautet

$$\varrho = \sqrt{R^2 + \frac{1}{2}A^2 + \frac{1}{2}B^2},$$

wo ϱ der gesuchte Krümmungsradius.

$$A = d_1 + \frac{d_2}{2}$$

$$B = \frac{d_2}{2}$$

$$R = \frac{d_1(d_1 + d_2)}{2d}.$$

d_1 Abstand des Spaltes von der photograph. Platte,
d_2 „ „ „ „ dem Präparat,
d die gemessene Aufspaltung.

Die Abweichungen der früheren Formel gegenüber dieser sind natürlich nur von Belang bei den langsameren β-Strahlen mit kleinem Radius und großer Ablenkung.

Bei der Bestimmung der magnetischen Ablenkbarkeit ist außerdem zu berücksichtigen, daß durch das Bedecken des Präparats mit Zinnfolie die langsameren β-Strahlen einen Geschwindigkeitsverlust erleiden, der immerhin schon nachweisbar ist. Deshalb wurde zur Bestimmung der Geschwindigkeit der langsameren β-Strahlen eine Aufnahme mit unbedecktem Präparat bei demselben Feld ausgeführt.

Außerdem wurde noch eine Aufnahme bei einem halb so starken Feld hergestellt ebenfalls mit einem unbedeckten Präparat. Die erwähnten 7 Streifen sind auf dieser Aufnahme zwar zu erkennen, aber nicht genügend getrennt, um eine Ausmessung zuzulassen. Dafür treten aber auf dieser Aufnahme noch 2 weitere schwächere, sehr stark abgelenkte Streifen auf, so daß nach den bisherigen Versuchen der aktive Niederschlag des Radiums 9 Streifen aufweist.

Wie schon erwähnt, gehören die entsprechenden β-Strahlen dem Radium B und Radium C an. Um nun zu erkennen, welche Streifen dem Radium B zuzuschreiben sind, wurde eine Aufnahme mit reinem Radium C gemacht. Das Radium C wurde auf einen 1 cm langen, 0,2 mm dicken Nickeldraht niedergeschlagen. Die Aktivität entsprach mehreren Milligrammen reinem Radiumbromid. Die Aufnahme ergab ein ganz anderes Bild wie Fig. 1, die fünf stark abgelenkten Streifen fehlen. Daraus folgt, daß diese fünf Streifen dem Radium B zuzuschreiben sind. Dagegen sind die übrigen vier Streifen zu erkennen. Leider ist die Aufnahme dieser β-Strahlen, die alle größere Geschwindigkeit besitzen, nicht so klar, daß sie sich zur Reproduktion eignen würde.

Die große Zerfallsgeschwindigkeit von Radium C ebenso wie Radium B macht die Aufnahme des magnetischen Spektrums dieser Substanzen ziemlich schwierig, da man bei nicht sehr großen zur Verfügung stehenden Radium- bezw. Emanationsmengen die elektrochemische Abscheidung mit sehr guter Ausbeute vornehmen muß, um überhaupt photographierbare Mengen zu erhalten.

Die Ergebnisse der Messungen sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt. Zur Berechnung der Geschwindigkeit ist die Lorentz-Einsteinsche Formel verwendet unter Zugrundelegung des Wertes

$$\frac{e}{m_0} = 1{,}77 \cdot 10^7 \text{ elektrom. Einh.}$$

β-Strahlen des aktiven Niederschlags[1]) des Radiums.

Geschwindigkeit (% Lichtgeschwindigkeit)	
0,98	Radium C
0,94	
0,86	
0,80	
0,74	Radium B.
0,69	
0,63	
0,41	
0,36	

1) Bei den von uns früher angestellten Messungen der sehr langsamen β-Strahlen von Radium D und den zwei sehr langsamen und schwachen β-Strahlen des aktiven Niederschlages der Thoriumemanation hätte diese genauere Formel ebenfalls angewendet werden müssen, wurde aber wegen der durch die Unschärfe dieser Streifen bedingten Ungenauigkeit der Messung nicht benutzt. Die Berechnung nach der genaueren Formel ergibt für Radium D $\beta = 0{,}39$ und 0,33 statt 0,37 und 0,31, für Thorium $(A+D)$ $\beta = 0{,}36$ und 0,29 statt 0,34 und 0,28.

1) Vor kurzem sind von Herrn J. Danysz (C. R. **153**,

Die β-Strahlen des Radiums selbst.

Wie schon erwähnt, beteiligt sich die β-Strahlung des eigentlichen Radiums an der gesamten β-Strahlung nur zu einem sehr geringen Prozentsatz. Um diese Strahlung demnach deutlich wahrnehmbar zu machen und vor allem auch, um Störungen durch die α-strahlende Emanation zu vermeiden, wurde für die Aufnahme das Radium durch Auflösen und längeres Auskochen der Lösung von seiner Emanation befreit. Dann wurde es als Karbonat gefällt und das frisch getrocknete Pulver in einer kleinen Glasrinne zur Untersuchung gebracht. Mit großer Vorsicht wurde vermieden, daß Spuren von der Substanz außerhalb der Rinne verstreut wurden. Zur Sicherheit wurden alle Teile außer der Rinne mit Aluminiumblech von solcher Dicke bedeckt, daß es die α-Strahlen nicht hindurchließ.

Für die angestellten Versuche kam 1 mg Radium zur Verwendung. Das erhaltene Bild zeigt Fig. 2 (in zweifacher Vergrößerung). Man erkennt außer dem starken α-Strahl einen kräftigen β-Strahl und etwas weiter abgelenkt einen schwächeren β-Strahl.

Die Bestimmung der Geschwindigkeit dieser beiden β-Strahlen wurde leider nicht mit der wünschenswerten Genauigkeit ausgeführt, da das kostbare Präparat uns nur einmal zur Verfügung stand. Wir mußten uns damit begnügen, unter möglichst gleichen Umständen eine photographische Aufnahme der β-Strahlen des Thoriums $A+D$ zu machen. Da die Geschwindigkeiten dieser letzteren β-Strahlen aus unseren früheren Versuchen bekannt war, konnte man annähernd auch die Geschwindigkeiten der β-Strahlen des Radiums berechnen. Es ergab sich 0,65 und 0,52 Proz. Lichtgeschwindigkeit.

Zusammenfassung.

Es wurde konstatiert, daß auch der aktive Niederschlag des Radiums und das Radium selbst ein magnetisches Linienspektrum ergeben. Die Geschwindigkeit der einzelnen β-Strahlen wurde bestimmt aus der magnetischen Ablenkbarkeit.

Physikalisches Institut / Chemisches Institut der Universität Berlin.

(Eingegangen 27. September 1911.)

339, 1911) Messungen der Geschwindigkeit der β-Strahlen des aktiven Niederschlags der Radiumemanation mitgeteilt worden. Als Strahlungsquelle diente ein mit 120 mg Emanation gefülltes Glasröhrchen von 0,04 mm Wandstärke. Die erhaltenen Werte stimmen mit unseren Werten ziemlich gut überein. Es ist aber fraglich, ob ein direkter Vergleich gestattet ist, da Herr Danysz den der Rechnung zugrunde gelegten Wert von $\frac{e}{m_0}$ nicht angibt und die Geschwindigkeitsänderung, die durch die Glaswandung bedingt ist, nicht berücksichtigt.

Über die Temperaturabhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit einiger Gase.

(Aus dem Physikalisch-chemischen Institut der Universität Berlin.)

Von A. Eucken.

1. Bei der Untersuchung der physikalischen Eigenschaften sehr verdünnter Gase, die neuerdings[1]) in den Vordergrund getreten ist, ist die mittlere freie Weglänge der Moleküle als so groß anzusehen, daß man die Zusammenstöße der Moleküle untereinander vernachlässigen kann. Der Wert der hierdurch erzielten Vereinfachung wird indessen durch den stark hervortretenden Einfluß des Materials der das Gas begrenzenden Wände herabgesetzt; so zeigte Knudsen[2]), daß der Wärmeaustausch zwischen einem Gas und einer platinierten Platinfläche bedeutend vollkommener ist, als zwischen dem Gas und einer glatten Platinfläche. Der Energieübergang zwischen den Molekülen eines festen Körpers und eines Gases ist daher nicht allein durch spezifische Eigenschaften des Gases, sondern auch des festen Körpers bedingt, eine Beobachtung, die qualitativ sehr einleuchtend, quantitativ aber schwer eindeutig zu analysieren ist[3]). Unter diesen Umständen scheint es günstiger zu sein, zunächst die Frage nach dem Austausch von Energie und Bewegungsgröße zwischen Gasmolekülen unter sich voranzustellen und daher noch einmal zur Untersuchung der inneren Reibung und Wärmeleitung bei höherem Druck zurückzukehren, wo nur die Zusammenstöße der Moleküle untereinander zu berücksichtigen sind, während der Einfluß der Beschaffenheit der Wandungen beseitigt ist. — Das bisherige experimentelle Material besitzt trotz seines Umfanges noch einige Lücken — insbesondere fehlen Wärmeleitfähigkeitsmessungen bei tiefen Temperaturen. Durch ihre Ausfüllung, zu der die im folgenden mitgeteilten Resultate beitragen sollen, darf man einen bessern Überblick über die Erscheinungen und daher vielleicht auch

1) F. Soddy u. A. J. Berry, Proc. Roy. Soc. London (A) **83**, 254 u. **84**, 576, 1910; M. Knudsen, Ann. d. Phys. **31**—**35**.

2) M. Knudsen, Ann. d. Phys. (4) **34**, 638, 1911.

3) Smoluchowski, Ann. d. Phys. (4) **35**, 983, 1911.

einen Fortschritt in der Beantwortung der erwähnten Frage erhoffen. —

2. Zur Messung der Wärmeleitfähigkeit von Gasen verdient insbesondere wegen ihrer Bequemlichkeit die Methode Schleiermachers[1]) den Vorzug. Der ursprünglichen Anordnung — ein in einem weiten Glasrohr ausgespannter Platindraht — haften indessen zwei Unvollkommenheiten an. Zunächst läßt sich die Temperatur des Gases an der Glaswand nicht exakt feststellen; es bildet sich nämlich während der Erwärmung des Drahtes im Glase und in der adhärierenden Schicht der Badflüssigkeit auch ein, wenn auch geringes Temperaturgefälle aus, so daß der gesamte Temperaturabfall im Gase nicht sicher bestimmt ist. Bei den Versuchen macht diese Unsicherheit sich auch durch ein kontinuierliches, langsames Ansteigen der Temperatur des Drahtes bemerkbar, da der Wärmefluß im Glase und der äußeren Flüssigkeit sehr viel langsamer stationär wird, als im Gase. Ersetzt man nun das weite Glasrohr durch ein dickwandiges Rohr eines gutleitenden Metalles, so verschwindet jene Unsicherheit, da man dem Metallrohr eher als dem Glase eine in sich konstante Temperatur zuschreiben kann. Zwar steigt beim Erwärmen des Drahtes auch die Temperatur des Metallrohres langsam an, doch kann man durch eine einfache Extrapolation sehr genau feststellen, wie hoch die Temperatur des Drahtes im Augenblick des Stromschlusses war, also zu einer Zeit, wo noch keine Erwärmung des Metallrohres stattgefunden hatte.

Eine zweite Fehlerquelle — die Wärmeableitung des Platindrahtes an seinen Enden — hat man bisher gering zu machen gesucht durch Verwendung eines möglichst langen Drahtes; hierdurch wird indessen der Apparat unhandlich und zur Verwendung bei beliebigen Temperaturen ungeeignet. Schaltet man statt dessen zwei verhältnismäßig kurze, aber verschieden lange Drähte, die von dem gleichen Strom durchflossen sind, gegeneinander, so hebt der Widerstand des kürzeren Drahtes den Widerstand eines Teils des längeren Drahtes an seinen Enden auf, und der Vergleichswiderstand gibt nur den Widerstand eines bestimmten mittleren Stückes des längeren Drahtes an.

3. Aus dem Vorhergehenden ergibt sich die Konstruktion folgenden Apparates[2]): An einen 12 cm langen, 1 cm starken Kupferstab sind seitlich zwei Silberröhren von 3 mm äußerem und 1 mm innerem Durchmesser angelötet, die Länge der Röhren beträgt 10 und 2 cm. In den Röhren sind konzentrisch *Pt*-Drähte von 0,05 mm Dicke[1]) ausgespannt, dieselben sind an ihren Enden an dickere *Pt*-Drähte angeschweißt, diese wiederum werden durch enge, gerade in die Silberröhren hineinpassende Tonröhrchen in ihrer Lage gehalten, durch Stahlfedern werden die Drähte gespannt. Eine prinzipiell gleiche Anordnung benutzte R. Goldschmidt[2]) zur Messung der Wärmeleitfähigkeit von Flüssigkeiten. Der Kupferstab mit *Pt*-Drähten usw. befindet sich in einem etwa 2 cm weiten Glasrohr, das oben verengt ist und in ein 0,4 cm weites Glasrohr ausläuft. Die Stromzuführung erfolgt durch in das Glas eingeschmolzene *Pt*-Drähte; auf besondere Stärke der Zuführungsdrähte kam es, da ja die beiden Drähte gegeneinandergeschaltet waren, nicht an.

Die Art der Schaltung ist aus der beistehenden Skizze zu ersehen. Der Vergleichswiderstand bestand aus zwei einander parallel geschalteten Präzisionswiderständen, bei den einzelnen Versuchen war die Widerstandsänderung so gering, daß nur der größere Widerstand w_2 zu verändern war.

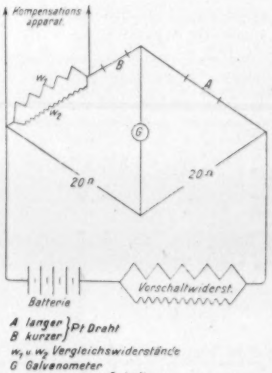


Fig. 1.

Die Energie wurde aus Widerstand und Spannung berechnet, letztere wurde mit Hilfe

1) Wied. Ann. **34**, 623, 1888.

2) Mit demselben wurden zunächst einige vorläufige Messungen ausgeführt [Ann. d. Phys. (4) **34**, 191, 1911]. Auf die Reinheit der untersuchten Gase war damals, da die Zahlen nur zur Berechnung einer Korrektion gebraucht wurden, kein besonderer Wert gelegt, woraus ein die Meßgenauigkeit des Apparates übersteigender Unterschied zwischen den vorläufigen und den hier mitgeteilten Messungen zu erklären ist.

1) Zur Verwendung gelangte der gleiche Draht, dessen Widerstandsänderung mit der Temperatur Nernst (Berl. Ber. 1911, S. 313) genau untersuchte.

2) Diese Zeitschr. **12**, 420, 1911.

eines Kompensationsapparates (nach Wilsmore) an dem Vergleichswiderstand gemessen.

Die Extrapolation, die vorgenommen werden mußte, um die Erwärmung des ganzen Metallstabes zu eliminieren, machte in der Regel nicht viel aus und ließ sich sehr exakt ausführen; die Art, wie eine einzelne Messung ausgeführt wurde, erläutert folgendes Beispiel:

Tabelle 1. Sauerstoff. 0°.

a) Schwacher Strom: $w_1 = 4{,}95\ \Omega$, $V = 0{,}0175$ Volt,

b) Starker Strom: $w_2 = 152{,}7\ \Omega$, $V = 0{,}1815$ Volt.

Zeit	w_2	Galvanometerablesung (Nullpunkt 30,00)
0	183	29,00 (extra-
30″	183	29,40 poliert)
60″	183	29,80
90′	182	33,55
120″	182	33,92
150″	183	30,90

Hieraus folgt, daß im Moment des Stromschlusses $w_2 = 182{,}67\ \Omega$ dem Galvanometerausschlag null entsprochen hätte.

Mit w_1, w_2 bei schwachem und starkem Strom sind sämtliche Daten zur Berechnung der Erwärmung des Drahtes, die in der Regel 0,5° bis 2° betrug, bekannt. Die Einzelversuche waren sehr genau reproduzierbar; die Stärke der Erwärmung übte auf den Wert der Wärmeleitfähigkeit keinen Einfluß aus. Da sich die Versuche verhältnismäßig rasch ausführen ließen, wurden von jedem Gase bei jeder Temperatur mindestens 12 Einzelversuche mit mindestens drei verschiedenen Erwärmungsgraden angestellt; verschiedene Gase, insbesondere Luft, H_2, N_2 und O_2, wurden häufiger gemessen. Die größte (vereinzelt vorkommende) Abweichung der Messungen unter sich betrug etwa 1 Proz., die mittleren Fehler der in der Tabelle 3 verzeichneten Mittelwerte sind stets kleiner als 0,2 Proz. —

Da die Wärmeleitfähigkeit bei hinreichend hohen Drucken vom Gasdruck unabhängig ist, ist seine genaue Angabe überflüssig. Die Grenze, bei der bei dem benutzten Apparat der Einfluß des Druckes auf die Wärmeleitfähigkeit aufhört, liegt etwa bei 10 cm Druck, wie aus folgender Versuchsreihe hervorgeht:

Tabelle 2. Luft. 0°.

Druck (cm Hg)	Wärmeleitfähigkeit (relativ)
76	1,000
40	0,999
21	1,0055
10	1,013
4	1,035

Die Versuche wurden fast sämtlich mit einem Gasdruck von 30—40 cm ausgeführt. Störungen durch Konvektion machten sich infolge der Enge der Metallröhren und der Kleinheit der Erwärmung bis zu 76 cm Druck nicht bemerkbar.

Die Wärmemenge, die der Platindraht durch Strahlung verliert, wurde durch einige Messungen bei 0° ermittelt, nachdem mittels Holzkohle und flüssiger Luft ein möglichst gutes Vakuum im Apparat erzeugt war. Der Strahlungsverlust macht in den ungünstigsten Fällen (schlecht leitende Gase bei höherer Temperatur) etwa 1 Proz. der Wärmeleitung des Gases aus.

Da die Wärmeleitung der Luft bei 0° hinreichend genau bekannt ist, sah ich von der Berechnung absoluter Werte ab. Im folgenden wurde der Wert **0,0000566** zugrunde gelegt, das Mittel aus den Beobachtungen Schleiermachers[1]) (0,0000562), Winkelmanns[2]) (0,0000568), E. Müllers[3]) (0,0000557) und Schwarzes (0,0000569)[4]).

Zur Kontrolle, daß mit dem Apparate etwa infolge der zahlreichen Erwärmungen und Abkühlungen keine Veränderungen vor sich gingen, wurde die Wärmeleitfähigkeit der Luft bei 0° zu Beginn, zwischendurch und zum Schluß sämtlicher Versuche gemessen; es ergab sich stets sehr nahe der gleiche Wert.

Die untersuchten Gase wurden in möglichster Reinheit hergestellt und sorgfältig getrocknet; mit Ausnahme der Edelgase wurden Messungen mit verschiedenen Füllungen vorgenommen.

H_2 und O_2 wurden elektrolytisch entwickelt, der beigemengte O_2 bzw. H_2 wurden durch erwärmtes Platinasbest entfernt.

CO_2 wurde aus reinem Marmor und HCl gewonnen; die Analyse des Gases ergab eine Verunreinigung an Luft von 0,5 Proz.

N_2 wurde aus Luft gewonnen. Ein merklicher Unterschied zwischen der Wärmeleitfähigkeit des atmosphärischen und der des reinen N_2 ist nicht zu erwarten[5]).

Das mir zur Verfügung stehende He und Ar wurde in den Apparat geleitet und durch Hin- und Herpumpen über auf etwa 300° erwärmtes Lithium gereinigt. Währenddem wurde die Wärmeleitfähigkeit von Zeit zu Zeit gemessen, als sie konstant geworden war, wurde die Reinigung als beendet angesehen.

4. Die Resultate der Messungen sind in Tabelle 3 zusammengefaßt.

1) Wied. Ann. **34**, 623, 1888.
2) Wied. Ann. **48**, 80, 1893.
3) Wied. Ann. **60**, 82, 1897.
4) Ann. d. Phys. (4) **11**, 303, 1903.
5) Vgl. hierzu: Bestelmeyer, Ann. d. Phys. 15, 423, 1904.

Tabelle 3. Wärmeleitfähigkeit $\times 10^7 \left(\frac{\text{cal}}{\text{cm grad sec}}\right)$.

Absolute Temperatur	He	Ar	H_2	N_2	O_2	Luft	CO_2
273°	3340	388	3960	568	570	[566]	332
373°	3340 × 1,193	388 × 1,311	3960 × 1,261	568 × 1,264	570 × 1,303	566 × 1,271	332 × 1,495
194,6°	3340 × 0,788	388 × 0,750	3960 × 0,774	568 × 0,758	570 × 0,753	566 × 0,752	332 × 0,659
90,4°	—	388 × 0,366	3960 × 0,374	568 × 0,357	570 × 0,341	566 × 0,354	—
Flüssige Luft	3340 × 0,436 (80,3°)	—	3960 × 0,349 (83,4°)	568 × 0,322 (81,6°)	570 × 0,302 (81,6°)	566 × 0,329 (83,6°)	—
			3960 × 0,336 (81,5°)			[566] × 0,318 (81,9°)	

Mit den bisherigen Beobachtungen, die in den letzten Jahren nicht wesentlich vermehrt und daher bereits größtenteils in den Handbüchern der Physik[1]) enthalten sind, stehen die in Tabelle 3 enthaltenen Zahlen im allgemeinen nicht im Widerspruch. Die Werte der Leitfähigkeit bei 273° in Tabelle 3 liegen zwischen den bisherigen neueren Werten oder kommen ihnen nahe. Nur für CO_2 erhielt ich eine etwa 2,5 Proz. höhere Zahl als die bisher angenommene. Was die Größe des Temperaturkoeffizienten zwischen 0° und 100° anlangt, so stimmen die gefundenen Werte mit den auch bisher nach der Methode Schleiermachers erhaltenen überein; in einigen Fällen sind sie etwas kleiner, nur für He gibt Schwarze[2]) einen beträchtlich höheren Wert $\left(\frac{k_{373}}{k_{273}} = 1{,}318\right)$ an, der aber in Anbetracht des sonstigen Verhaltens des He unwahrscheinlich ist (vgl. Tabelle 5). Nach der Methode Winkelmanns ergaben sich stets erheblich kleinere Temperaturkoeffizienten, als nach der Schleiermachers; solange dieser auffallende Unterschied nicht geklärt ist, wird man indessen den Zahlen nach der Methode Schleiermachers den Vorzug geben, da diese direkter arbeitet und weniger Korrektionen bedarf, als jene. Bei tiefen Temperaturen wurden bisher nur Messungen von A. Eckerlein[3]) (nach einer der Winkelmannschen ähnlichen Methode) angestellt, seine Zahlen sind bei Luft und H_2 kleiner, bei CO_2 größer als die der Tabelle 3.

5. Die in Tabelle 3 enthaltenen Zahlen sind nun auf die Beziehung:

$$k = K c_v \eta$$

anzuwenden (k Wärmeleitfähigkeit, c_v spezifische Wärme bei konstantem Volumen, η Reibungskoeffizient); nach ihr ist der Faktor K zunächst für 0° in der folgenden Tabelle berechnet. Für die einatomigen Gase wurde $c_v = \frac{3}{2}\frac{R}{M}$, für die zweiatomigen $\frac{5}{2}\frac{R}{M}$ (M = Molekulargewicht), für $CO_2 = 0{,}150$[1]) gesetzt. Die Zahlenwerte von η sind den Arbeiten Breitenbachs[2]) und v. Obermeyers[3]) für CO_2 und K. Schmitts[4]) für die übrigen Gase entnommen.

Tabelle 4.

	$k_{273} \cdot 10^7$	$\eta_{273} \cdot 10^7$	c_v	K
He	3340	1880	0,751	2,365
A	388	2118	0,0745	2,460
H_2	3960	845	2,461	1,906
N_2	568	1673	0,177	1,918
O_2	570	1920	0,155	1,915
Luft	566	1736	0,171	1,905
CO_2	332	1400	0,150	1,583

Die Größe von K für die beiden einatomigen Gase stimmt, worauf bereits Schwarze hinwies, mit der von Boltzmann unter Zugrundelegung des Maxwellschen Kraftgesetzes berechneten Zahl 2,5 nahe überein. Der Wert dieser Übereinstimmung darf indessen nicht überschätzt werden, da als eine weitere Konsequenz jener Maxwell-Boltzmannschen Betrachtung eine Temperaturabhängigkeit von k bzw. η folgt — diese Größen sollten proportional T ansteigen —, die mit der Erfahrung sich nicht in Einklang befindet. Die gleichfalls bekannte Tatsache, daß die meisten zweiatomigen Gase den Faktor K = etwa 1,9 besitzen, tritt in Tabelle 4 vielleicht noch etwas schärfer zutage als bisher[5]). Daher scheint im Gegensatz zu einer Ansicht v. Smo-

1) Winkelmann, Handbuch der Physik, 1906, Bd. III, S. 585. Neuere Messungen über Wärmeleitfähigkeit von Gasen stellten an: Günther, Diss. Halle 1906 (H_2, N_2, O_2); Pauli, Ann. d. Phys. (4) **23**, 928, 1907 (Temperaturkoeffizient bei Luft, CO_2 und Dämpfen); ferner Todd, Proc. Roy. Soc. (A) **83**, 19, 1909, dessen Werte etwa 10 Proz. kleiner sind als die sonst angenommenen.

2) Ann. d. Phys. (4) **11**, 303, 1903.

3) Ann. d. Phys. (4) **3**, 120, 1900.

1) F. Keutel, Diss. Berlin 1910.

2) Wied. Ann. **67**, 803, 1893 u. Ann. d. Phys. **5**, 166, 1901.

3) Wien. Ber. **71** (II^a), 281, 1875.

4) Ann. d. Phys. (4) **30**, 393, 1909.

5) Auch für andere zweiatomige Gase bestätigt sich nach den bisherigen Daten die Zahl 1,9; z. B. berechnet Schleiermacher (Wied. Ann. **36**, 356, 1889) für CO: $K = 1{,}94$.

luchowskis[1]) die Vermutung[2]) eine Stütze zu gewinnen, daß K nicht eine individuelle Konstante eines jeden Gases, sondern allein eine Funktion entweder der Freiheitsgrade oder des Energieinhaltes des Moleküls ist. Insbesondere ist die Identität von K für H_2 und N_2, zwei sonst in ihren Eigenschaften durchaus verschiedenen Gasen, auffallend.

Die Veränderlichkeit von K bei den verschiedenen Molekülen kann nun durch einen veränderten Mechanismus bei der Übertragung entweder der Bewegungsgröße oder der Wärme bedingt sein. Wegen der Konstanz von K bei Molekülen mit gleichem Wärmeinhalt, aber verschiedener Geschwindigkeit und Masse, liegt es zunächst näher, den Mechanismus des Reibungsvorganges als unveränderlich anzusehen und die Abhängigkeit von K vom Energieinhalt dadurch zu erklären, daß nicht die gesamte, sondern nur ein Bruchteil der inneren Energie beim Wärmetransport mitwirkt. M. Knudsen[3]) gelangt auf Grund theoretischer Überlegungen zu der Annahme, daß drei Viertel der inneren Energie an der Wärmeleitung beteiligt seien. Empirisch erhält man den Bruchteil etwa 0,4 (statt $^3/_4$); c_v wäre nämlich einfach durch den Ausdruck

$$c_v' = \left\{ {}^3/_2 R + 0{,}4\left(C_v - \frac{3R}{2}\right)\right\}\frac{c_v}{C_v}$$

zu ersetzen, in welchem das erste Glied die fortschreitende, das zweite die innere Energie darstellt. Nach ihm ist für einatomige Gase $c_v' = c_v$ und für zweiatomige $\left(C = \frac{5}{2}R\right)$ $c_v' = 0{,}76\, c_v$, d. h. der Faktor 2,5 bei einatomigen Gasen verwandelt sich in $2{,}5 \times 0{,}76 = 1{,}9$ bei zweiatomigen. Bei Gasen, die außer der Rotationsenergie noch Schwingungsenergie der Atome gegeneinander besitzen, muß betreffs letzterer eine neue Annahme eingeführt werden. Setzt man vorläufig voraus, auch sie nähme mit dem Bruchteil 0,4 an der Wärmeübertragung teil, so erhält für CO_2 ($C_v = 6{,}6$ bei 0^0) K den Wert 1,68 (statt 1,58).

6. Von besonderem Interesse ist es nun, festzustellen, wie sich das Produkt Kc_v und der Faktor K bei Temperaturänderungen verhalten. Zu diesem Zweck sind die Temperaturkoeffizienten der Wärmeleitfähigkeit (nach Tabelle 3) den Temperaturkoeffizienten der inneren Reibung, soweit sie bis jetzt gemessen sind, gegenübergestellt. Die Daten für die innere Reibung sind großenteils der Arbeit von K. Schmitt[4]) entnommen, für N_2 wurden die Beobachtungen Bestelmeyers[1]), für CO_2 die Breitenbachs zugrunde gelegt. Da sich die Temperaturabhängigkeit der inneren Reibung durch die Formel Sutherlands von der Gestalt

$$\frac{\eta_T}{\eta_{273}} = \sqrt{\frac{T}{273}}\,\frac{1 + \frac{C}{273}}{1 + \frac{C}{T}}$$

im allgemeinen gut wiedergeben läßt, wurde ferner die aus ihr sich ergebende Temperaturveränderlichkeit zum Vergleich herangezogen. In der Tabelle 5 ist daher angegeben in Reihe I $\frac{k_T}{k_{273}^{\text{beob.}}}$, Reihe II $\frac{\eta_T}{\eta_{273}^{\text{beob.}}}$, Reihe III $\frac{\eta_T}{\eta_{273}}$ berechnet nach Sutherland, Reihe IV das Verhältnis $\frac{k_T \eta_{273}}{k_{273}\eta_T} = \frac{(Kc_v)_T}{(Kc_v)_{273}}$ aus den beobachteten Werten.

Tabelle 5.

Helium.

	I	II	III $C = 30$	IV
373^0	1,193	1,242	1,205	**0,961**
$194{,}6^0$	0,788	0,802	0,811	**0,983**
$90{,}6^0$	—	—	—	—
Flüssige Luft	0,436 ($80{,}3^0$)	0,477	0,438	**0,915**

Argon.

	I	II	III $C = 140$	IV
373^0	1,311	1,301	1.286	**1,008**
$194{,}6^0$	0,750	0,745	0,742	**1,007**
$90{,}6^0$	0,366	0,352	0,340	**1,040**

Wasserstoff.

	I	II	III $C = 91$	IV
373^0	1,261	1,245	1,252	**1,013**
$194{,}6^0$	0,774	0,793	0,767	**0,976**
$90{,}6^0$	0,374	—	0,375	—
Flüssige Luft	0,349 ($83{,}4^0$)			
	0,336 ($81{,}5^0$)	0,451	0,345	**0,746**

Stickstoff.

	I	II	III $C = 110{,}6$	IV
373^0	1,264	1,268	1,266	**0,996**
$194{,}6^0$	0,758	0,756	0,756	**1,003**
$90{,}6^0$	0,357	—	0,363	—
Flüssige Luft	0,322 ($81{,}6^0$)	0,332	0,326	**1,031**

1) Ann. d. Phys. **35**, 983, 1911.
2) Vgl. z. B. Nernst, Theoret. Chem., 6. Aufl., S. 209, 1909.
3) Ann. d. Phys. **34**, 604, 1911. (Gleichung für E_A.)
4) l. c.

1) Ann. d. Phys. (4) **13**, 944, 1904.

Sauerstoff.

	I	II	III $C = 138$	IV
373°	1,303	1,295	1,290	**1,006**
194,6°	0,754	—	0,743	—
90,6°	0,341	—	0,344	—
Flüssige Luft	0,302 (81,6°)	—	0,306	—

Luft.

	I	II	III $C = 117$	IV
373°	1,271	1,273	1,270	**0,998**
194,6°	0,752	0,760	0,752	**0,990**
90,6°	0,354	—	0,359	—
Flüssige Luft	0,329 (83,6°)	—	0,329	—
	0,318 (81,9°)	—	0,322	—

Kohlensäure.

	I	II	III $C = 268$	IV
373°	1,495	1,348	1,348	**1,109**
194,6°	0,659	—	0,704	[0,936]

Bei der Mehrzahl der Gase weicht Reihe IV nicht sehr vom Werte 1 ab, d. h. das Produkt Kc_v ist von der Temperatur wenig abhängig. Bei Ar, N_2, O_2 und Luft sind die Abweichungen so gering, daß sie wohl durch Versuchsfehler zu erklären sind, daß also hier Kc_v vermutlich von der Temperatur vollständig unabhängig ist. Auch beim Helium liegen die Abweichungen vielleicht noch innerhalb der Fehlergrenzen der mitgeteilten Zahlen; bei hohen Temperaturen ist die Zahl für den Reibungskoeffizienten allerdings durch eine größere Anzahl Zahlen verschiedener Beobachter bestätigt, so daß die Zahl für die Wärmeleitfähigkeit fehlerhaft sein müßte; bei tiefen Temperaturen existieren indessen für den Reibungskoeffizienten wie für die Wärmeleitung nur die Zahlen je eines Beobachters. Bei H_2 entfernt sich Reihe IV so weit vom Werte 1, daß eine Erklärungsmöglichkeit durch Versuchsfehler unwahrscheinlich ist.

Reihe III ließ sich durch eine geeignete Wahl der Konstanten C im allgemeinen gut Reihe I anpassen, auch bei H_2 ist die Übereinstimmung befriedigend, während hier Reihe II nicht durch die Sutherlandsche Formel wiederzugeben ist. Da diese Formel für die Wiedergabe der Temperaturabhängigkeit des Reibungskoeffizienten sämtlicher übrigen Gase gute Dienste leistet, ist ihr Versagen beim Wasserstoff auffallend und läßt eine Neubestimmung seines Reibungskoeffizienten bei tiefen Temperaturen erwünscht erscheinen[1]). Die für C benutzten Werte weichen in der Regel nicht erheblich von denen ab, wie sie sich aus den Reibungskoeffizienten bei hohen Temperaturen berechnen. Nur für Helium wurde eine erheblich kleinere Zahl benutzt, die indessen besser mit den sonstigen Eigenschaften, z. B. der Lage des kritischen Punktes, im Einklang steht[2]), als die bisher angenommenen, zwischen 70 und 80 liegenden Zahlen.

7. Bei den einatomigen Gasen ist c_v von der Temperatur unabhängig, auch für O_2 und N_2 ist eine Änderung von c_v unterhalb 0° nicht sicher nachgewiesen, neuere Beobachtungen, insbesondere von Scheele und Heuse[3]), erweisen die Konstanz von c_v. Da nun, wie erwähnt, Kc_v vermutlich unveränderlich ist, ergibt sich auch die Konstanz von K innerhalb des untersuchten Temperaturintervalles. Bei Wasserstoff hat man, indem man die Beobachtungen vorläufig als richtig ansieht, zunächst die Wahl, K oder c_v, eventuell sogar beide Größen, als veränderlich anzusehen. Nimmt man K allein als veränderlich an, so würde man statt 1,9 bei 273° 1,42 bei 80° erhalten, ein Wert, der so gering ist, daß man bei der Anwendung der Überlegungen unter 4. annehmen müßte, nicht einmal die gesamte Energie der fortschreitenden Bewegung nähme am Transport der Wärme teil. Aber selbst wenn man diesen Betrachtungen keinen Wert beimißt, erscheint es wegen der Wiederholung des Faktors 1,9 bei sämtlichen zweiatomigen Gasen und wegen seiner Temperaturunabhängigkeit bei O_2, N_2 und Luft wahrscheinlich, daß die Abnahme des Produktes Kc_v durch eine Abnahme nicht von K, sondern von c_v bedingt ist. Ein derartiges Verhalten von c_v bei Wasserstoff wäre vom Standpunkte der Quantentheorie nicht überraschend[4]).

Bei CO_2 liegen Messungen von c_v bei verschiedenen Temperaturen bereits vor; hier ist es möglich die Veränderung des Produktes Kc_v durch den Temperaturkoeffizienten von c_v zu erklären. Nach Holborn und Henning[5]) ändert sich c_v zwischen 0 und 100° um 9,5 Proz., andere Beobachter finden beträchtlich höhere Werte, z. B. Swann[6]) 15,6 Proz., Wiedemann[7]) 14,4 Proz.

1) Die Aufgabe ist inzwischen von Herrn cand. Vogel in Angriff genommen.
2) Vgl. hierüber Rankine, diese Zeitschr. **11**, 745, 1910.
3) Zeitschr. f. Elektrochem. **17**, 829, 1911.
4) Vgl. Nernst, Zeitschr. f. Elektrochem. **17**, 265, 1911.
5) Ann. d. Phys. (4) **23**, 809, 1907.
6) Proc. Roy. Soc. London (A) **82**, 147, 1909.
7) Pogg. Ann. **157**, 1, 1876.

Aus der Zusammenstellung Keutels[1]) würde der Wert 13,5 Proz. folgen, wegen des Verlaufs der spezifischen Wärme bei hohen Temperaturen dürfte indessen ein etwas niedrigerer Wert mehr Wahrscheinlichkeit besitzen; z. B. gibt Wüllner[2]) 11 Proz. an, während Kc_v nach Tabelle 5 um 10,9 Proz. steigt. Nach tiefen Temperaturen zu wird unter Benutzung des nach der Sutherlandschen Formel extrapolierten Wertes für η der Temperaturkoeffizient des Produktes Kc_v geringer, er beträgt zwischen 0 und $-78{,}5^0$ etwa 0,086 Proz. pro Grad. Auch dieses Verhalten ist nach unseren jetzigen Kenntnissen über den Temperaturverlauf der spezifischen Wärmen der Gase[3]) gut erklärlich. Die Anwendung der Überlegungen unter 4, d. h. die Anwendung der Formel für c_v' würde eine Zunahme des Produktes Kc_v um etwa 8,0 Proz. zwischen 0 und 100^0 erwarten lassen. Die Resultate an der Kohlensäure reichen daher nicht aus, um sicher zu entscheiden, wie die Veränderlichkeit von Kc_v bei Gasen mit veränderlichem c_v zu deuten ist. Allein die Tatsache läßt sich bereits mit großer Wahrscheinlichkeit feststellen, daß der mit der Temperatur veränderliche Teil der spezifischen Wärme, die Schwingungsenergie der Atome gegeneinander, keinesfalls vollständig vom Wärmeaustausch ausgeschlossen ist. Wäre dieses der Fall, so müßte Kc_v konstant sein. Hiermit erhält eine ältere Hypothese, nach der die Wärmeleitung allein durch die Energie der fortschreitenden Bewegung bedingt sei, ein neues Argument gegen sich.

Zusammenfassung.

Nach der Methode Schleiermachers, an der einige Änderungen vorgenommen werden, wird die Wärmeleitfähigkeit von He, Ar, H_2, N_2, O_2, Luft und CO_2 im Temperaturintervall -190 bis $+100^0$ gemessen (Tabelle 3).

Die bisher angenommenen Werte für K in der Gleichung $k = Kc_v\eta$ bei 0^0 werden bestätigt (Tabelle 4).

Bei den Gasen He, Ar, N_2, O_2, Luft ist das Produkt Kc_v von der Temperatur wenig abhängig (Tabelle 5).

Die Beobachtungen an H_2 deuten auf eine Abnahme von c_v bei sinkender Temperatur.

Bei CO_2 besitzt das Produkt Kc_v etwa den gleichen Temperaturkoeffizienten wie c_v.

Im allgemeinen sind die Beobachtungen mit der Annahme einer Konstanz des Faktors K bei Temperaturänderungen vereinbar.

1) l. c., S. 77.
2) Wied. Ann. **4**, 321, 1878.
3) N. Bjerrum, Zeitschr. f. Elektrochem. **17**, 731, 1911.

(Eingegangen 12. Oktober 1911.)

Berechnung, Herstellung und Messung eines homogenen Magnetfeldes[1]).

(Vorläufige Mitteilung.)

Von A. Bestelmeyer.

Die Herstellung eines homogenen Magnetfeldes bietet keine erheblichen Schwierigkeiten, wenn man sich auf geringe räumliche Ausdehnung oder auf geringe Feldstärken beschränkt. Die Lösungen für beide Fälle sind wohlbekannt: Ein gleichmäßig bewickeltes Solenoid, dessen Länge groß ist im Vergleich zum Durchmesser, bzw. die Helmholtzsche Anordnung zweier Stromringe im gegenseitigen Abstand ihres Radius.

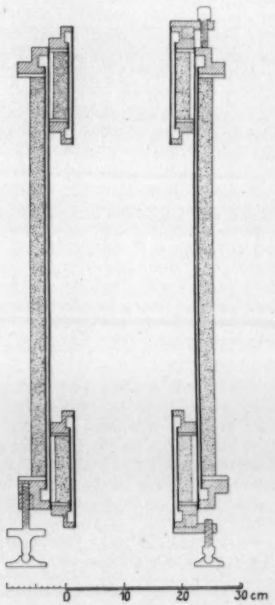


Fig. 1.

Beide Wege versagen, wenn es sich um die Erzeugung eines homogenen Feldes von beträchtlicher Ausdehnung und beträchtlicher Stärke handelt. Andere theoretische Lösungen der Aufgabe, wie z. B. die ebenfalls bekannte Ellipsoidspule scheitern in der Praxis an technischen Schwierigkeiten.

1) Ein Bericht wurde in der Sitzung der Physikalischen Gesellschaft zu Göttingen am 2. Aug. 1911 gegeben.

Ich gründete deshalb die Durchführung der Aufgabe auf folgende Überlegung: Eine zylindrische Spule, deren Länge etwa gleich dem 2,4fachen des Durchmessers angenommen wurde, erzeugt ein Feld, dessen Inhomogenität in dem von mir verlangten Bereich etwa 1—2 Proz. beträgt. Das Feld wäre vollkommen homogen, wenn die Spule unendlich lang wäre. Es handelt sich also darum, die ausgleichende Wirkung der beiden fehlenden unendlich langen Enden der Spule zu ersetzen. Dies ist mit großer Annäherung möglich durch 2 Zusatzspulen, welche in der aus Fig. 1 ersichtlichen Weise in die beiden Enden der Hauptspule hineinragen.

Berechnung.

Für die der Achse parallele Feldkomponente in einem Punkte nahe dem Mittelpunkt einer zylindrischen Spule von kreisförmigem Querschnitt findet man bei Mascart und Joubert[1]) eine abgebrochene Reihenentwicklung, welche bei Entfernung von der Spulenachse Abnahme der Feldstärke ergibt, also falsch ist. Da außerdem für meine Zwecke die Vernachlässigungen bei der erwähnten Formel zu groß sind, so habe ich eine neue Entwicklung vorgenommen und bin zu der folgenden Formel gelangt:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{H_x}{\pi J} &= 4\,(\varrho'' - \varrho') - C_2\,(L''_2 - L'_2) + \\
&\quad + C_4(L''_4 - L'_4) - C_6(L''_6 - L'_6) + \\
&\quad + C_8(L''_8 - L'_8) - C_{10}(L''_{10} - L'_{10}) + \\
&\quad + C_{12}\,(L''_{12} - L'_{12}).\\
L'_2 &= 0{,}333\,333\,\varrho'^2.\\
L'_4 &= 0{,}15\,\varrho'^4 + 0{,}5\,y^2\varrho'^2.\\
L'_6 &= 0{,}089\,286\,\varrho'^6 + 0{,}75\,y^2\cdot\varrho'^4 + \\
&\quad + 0{,}625\,y^4\cdot\varrho'^2.\\
L'_8 &= 0{,}060\,764\,\varrho'^8 + 0{,}9375\,y^2\varrho'^6 + \\
&\quad + 1{,}968\,750\,y^4\varrho'^4 + 0{,}729\,167\,y^6\varrho^2.\\
L'_{10} &= 0{,}044\,744\,\varrho'^{10} + 1{,}093\,750\,y^2\varrho'^8 + \\
&\quad + 4{,}218\,750\,y^4\varrho'^6 + 3{,}937\,500\,y^6\varrho'^4 + \\
&\quad + 0{,}820\,312\,y^8\varrho'^2.\\
L'_{12} &= 0{,}034\,706\,\varrho'^{12} + 1{,}230\,469\,y^2\varrho'^{10} + \\
&\quad + 7{,}519\,531\,y^4\varrho'^8 + 12{,}890\,625\,y^6\varrho'^6 + \\
&\quad + 6{,}767\,578\,y^8\varrho'^4 + 0{,}902\,344\,y^{10}\varrho'^2.
\end{aligned}\right| \quad (1)$$

$L''_2, \ldots L''_{12}$ erhält man hieraus, indem man ϱ' durch ϱ'' ersetzt.

$$C_2 = \left(\frac{1}{b-x}\right)^2 + \left(\frac{1}{b+x}\right)^2$$

$$C_4 = \left(\frac{1}{b-x}\right)^4 + \left(\frac{1}{b+x}\right)^4$$

$$C_{12} = \left(\frac{1}{b-x}\right)^{12} + \left(\frac{1}{b+x}\right)^{12}.$$

1) Mascart und Joubert, Lehrb. d. Elektr. u. d. Magnetismus, deutsche Übersetzung, Berlin 1888, **2**, 94 und 95.

Es bedeuten hier ferner:

H_x = Feldkomponente parallel der Achse,
J = Strom pro Querschnittseinheit der Windungen,
ϱ', ϱ'' = innerer, bzw. äußerer Radius der Windungen,
$2b$ = Länge der Spule,
x = axiale Entfernung vom Mittelpunkt,
y = radiale Entfernung vom Mittelpunkt.

Für die Punkte der Spulenachse kann man außerdem die strenge Formel verwenden:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{H_x}{\pi J} = &\frac{2\,(b-x)}{\sqrt{\varrho''^2 + (b-x)^2}} + \frac{2\,(b+x)}{\sqrt{\varrho''^2 + (b+x)^2}} \\
&- \frac{2\,(b-x)}{\sqrt{\varrho'^2 + (b-x)^2}} + \frac{2\,(b+x)}{\sqrt{\varrho'^2 + (b+x)^2}}
\end{aligned}\right| \quad (2)$$

Die von den Zusatzspulen herrührende Feldkomponente berechnet man mittels dieser Formeln als die Differenz der Wirkung zweier Spulen, deren Längen sich um die doppelte Länge einer Zusatzspule unterscheiden.

Rechnet man zunächst mittels einer dieser Formeln probeweise für verschiedene Radien, Längen und Einstellungen der Zusatzspulen das Feld für einige Punkte der Spulenachse aus, so findet man leicht Werte, für welche ungefähr Kompensation der Feldinhomogenitäten eintritt. Indem man dann die Rechnung auch für nicht auf der Achse liegende Punkte durchführt, findet man allmählich die für den jeweiligen Zweck geeignetsten Werte. Es zeigt sich dabei, daß man etwas verschiedene Werte erhält, je nachdem man möglichst gute Homogenisierung in der Achse, oder in der dazu senkrechten Mittelebene verlangt.

Konstruktion der Spule.

Wickelt man Draht ohne besondere Vorsichtsmaßregeln auf ein Rohr auf, so kann man eine, höheren Ansprüchen genügende Gleichmäßigkeit der Wicklung nicht erwarten. Denn jeder Zehntelmillimeter Abweichung auf einer Strecke von 10 cm bedeutet für das Feld ebensoviel Promille. Noch ungünstiger würden die Verhältnisse werden, wenn man über der ersten Lage eine zweite in umgekehrter Richtung wickelte usf.

Eine recht gleichmäßige Wicklung habe ich dagegen erzielt, indem ich auf ein Messingrohr auf der Leitspindelbank ein Gewinde von 1,6 mm Ganghöhe aufschneiden ließ und hierauf den doppelt seidenumsponnenen Draht von 1,45 mm Stärke unter Zwischenschaltung einer 0,2 mm dicken Gummiplatte aufspulte. Die folgenden Lagen wurden alle in der gleichen Richtung gewickelt, wobei die Fugen der jeweils vorhergehenden als Führung dienten; Anfang und

Ende der Drähte wurden in gleichmäßigen Abständen längs der Peripherie herausgeführt. Um auch an den Spulenenden die richtige Lage der Drähte zu sichern, wurden die Endplatten in der aus der schematischen Fig. 2 ersichtlichen Weise so abgedreht, daß sie einen Gang einer Schraubenfläche von ebenfalls 1,6 mm Ganghöhe bilden.

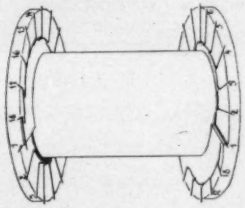


Fig. 2.

Wie die wiederholte Ausmessung verschiedener Lagen mit dem Horizontalkathetometer ergab und die später mitzuteilende Feldmessung bestätigte, ist die so erzielte Wicklung recht gleichmäßig. Außerdem bietet sie noch zwei weitere Vorteile: 1. Die dichte Berührung der einzelnen Lagen und die geringe Größe der Luftzwischenräume begünstigt die Kühlung und erhöht somit die Belastungsfähigkeit der Spule; 2. der Umstand, daß die Enden aller Drähte nach außen führen, ermöglicht jederzeit eine Prüfung der Isolation, sowie der Erwärmung der einzelnen Lagen.

Haupt- und Zusatzspulen sind mit Wasserkühlung versehen. Ein Flaschenzug gestattet die Haupt- und die obere Zusatzspule hochzuziehen. Die Lagenzahl beträgt 18; je 3 aufeinanderfolgende Lagen sind parallel geschaltet. Sämtliche zum Bau der Spulen und des Aufzuges verwendeten Materialien sind auf Eisenfreiheit untersucht. Obwohl bei der Bestellung stets eisenfreies Messing ausdrücklich verlangt wurde, mußte etwa die Hälfte davon nach der Prüfung verworfen und durch neues ersetzt werden. Da es sich vielfach um Extraanfertigungen handelte, entstanden hierdurch allein wiederholt sehr beträchtliche Verzögerungen im Bau der Spule.

Die Dimensionen der Drahtwicklungen sind:

	Hauptspule	Zusatzspulen
Länge	68,72 cm	11,692 cm
Innerer Radius . .	13,30 „	9,39 „
Äußerer Radius . .	15,75 „	11,73 „

Feldmessung.

Für das Feld in der Mitte der Spule wurde der aus der Windungszahl berechnete Wert angenommen. Durch ein ballistisches Verfahren wurde die Felddifferenz zahlreicher Punkte gegen den Mittelpunkt bestimmt.

Auf Bernsteinrahmen wurden aus 0,07 mm-Emailledraht zwei kleine, möglichst identische Induktionsspulen von 0,5 cm innerem, 1,3 cm äußerem Radius und 1,3 cm Länge gewickelt. Diese wurden hintereinander in den Stromkreis eines hochempfindlichen Edelmannschen Deprez-Galvanometers geschaltet, dessen Trägheitsmoment vergrößert worden war. Die Summe der beiden Induktionsspulenwiderstände beträgt ca. 5000 Ohm, wodurch nahe aperiodische Dämpfung erreicht wurde. Die Schwingungsdauer betrug ungefähr 20 Sekunden.

Beobachtet wurde mit Fernrohr und Skala der Ausschlag des Galvanometers bei Kommutierung des Feldes; er war der Feldstärke proportional. Die Empfindlichkeit der Anordnung wurde bei gleichsinnig geschalteten Spulen bestimmt. Die Ausmessung des Feldes wurde dann mit entgegengesetzt geschalteten Induktionsspulen vorgenommen, wobei die eine derselben während einer längeren Messungsreihe an einer Stelle des Feldes verblieb, die ungefähr gleiche Stärke wie die Spulenmitte hatte. Der Strom in der Magnetspule wurde auf 5,67 *A* einreguliert; hierbei entsprach ein Ausschlag von 1 mm einer Felddifferenz von 0,1 Promille; $^1/_{10}$ mm konnte mit Sicherheit geschätzt werden, so daß man mit dieser Anordnung das Feld auf $^1/_{100}$ Promille ausmessen konnte. Eine genaue Einhaltung und Messung des Magnetstromes war meist nicht nötig, da deren Fehler nur als prozentualer Fehler in die gemessene kleine Felddifferenz eingeht. Die Messung ist außerordentlich bequem, sicher sehr viel bequemer als bei Verwendung eines Panzergalvanometers, und wenn man sich mit dem zehnten Teil der Empfindlichkeit begnügt, so kann man auch noch Felder, die zehnmal schwächer sind, in der gleichen Weise ausmessen.

Übrigens wurde bei den Messungen diese die Bedürfnisse bereits überschreitende Empfindlichkeit nicht voll ausgenutzt; es hätte sonst noch größere Sorgfalt auf die Justierung der Induktionsspulen und die öftere Kontrolle der Empfindlichkeit verwendet werden müssen. Die tatsächliche Genauigkeit der mitzuteilenden Messungen überschreitet nicht erheblich 0,1 Promille.

In den Messingteilen der Spule entstehende Wirbelströme verursachten an manchen Stellen einen anfänglichen, sehr raschen Ausschlag bis zu einigen Skalenteilen; sie wurden durch

passend angebrachte Kupferringe, welche die Spule umschlossen, kompensiert.

Das Ergebnis der Ausmessung

für 2 etwas verschiedene Stellungen der Zusatzspulen ist in den Fig. 3, 4 und 5 dargestellt.

In den Fig. 3 und 4 sind je eine Anzahl von graphischen Darstellungen vereinigt. Die Abszissen stellen die Entfernung von der Spulenachse, die Zahlen links die Entfernung

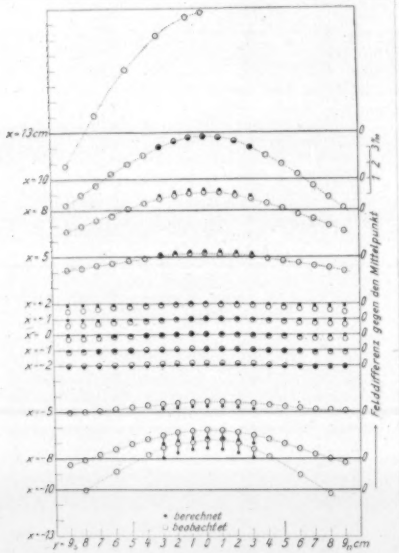


Fig. 3.

von der mittleren Horizontalebene dar. Die zugehörigen horizontalen Geraden sind die Nullinien für die graphische Darstellung der Felddifferenz in dieser Ebene gegenüber dem Spulenmittelpunkt. Von diesen Nullinien aus sind die den Abszissen entsprechenden Felddifferenzen als Ordinaten aufgetragen. Die Punkte sind nach der Formel (1) berechnet, die Kreise sind die gemessenen Werte. Bei den Ebenen $x = -8$ und $x = -10$ sind der besseren Übersichtlichkeit wegen die beobachteten mit den zugehörigen gemessenen Werten durch einen senkrechten Strich verbunden.

Die Stellungen A und B sind durch die Entfernung der inneren Enden der Drahtwicklung der Zusatzspulen voneinander gekennzeichnet. Diese Entfernung beträgt

in Stellung A: 54,0 cm;
„ „ B: 55,6 „

Die Abweichungen zwischen beobachteten und gemessenen Werten bleiben meist unter 0,3 Promille und betragen im Maximum 0,6 Promille. Wie der Vergleich mit der früher erwähnten Ausmessung der Windungen ergibt, stammen die Abweichungen von kleinen Ungleichheiten in der Wicklung her.

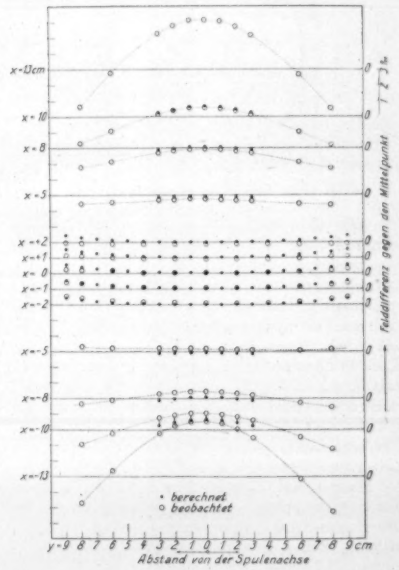


Fig. 4.

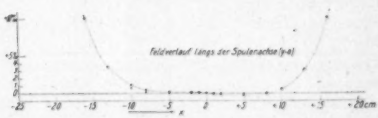


Fig. 5.

Fig. 5 gibt den Feldverlauf längs der Achse in der Stellung B.

Bei der Durchführung der mitgeteilten Messungen hat mich Herr P. Kniepen tatkräftig unterstützt; ich danke ihm hierfür auch an dieser Stelle herzlichst.

Die Mittel für den Bau der Spule und die Durchführung der Messungen entstammen dies-

bezüglichen Bewilligungen der Jubiläumsstiftung der Deutschen Industrie und der Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen.

Göttingen, Physikalisches Institut der Universität, September 1911.

(Eingegangen 24. September 1911.)

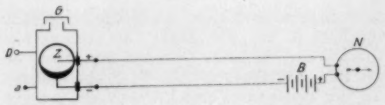
Photoelektrische Messungen des Sonnenlichts im Ballon.

Von Karl Bergwitz.

Photoelektrische Messungen des Sonnenlichts wurden zuerst von Elster und Geitel[1]) in der freien Atmosphäre ausgeführt, als sie nach einem Zusammenhang zwischen der Intensität der ultravioletten Sonnenstrahlung und dem Gange des atmosphärischen Potentialgefälles suchten. Sie bedienten sich dabei eines Aktinometers, das im wesentlichen aus einer frisch amalgamierten Zinkkugel, einem leitend damit verbundenen Elektroskope und einem Zuschaltkondensator bestand. Je nach der Schnelligkeit der Abnahme der negativen Ladung der Zinkkugel wurde — auf Grund der von ihnen wahrgenommenen Proportionalität des Photoeffekts und der Lichtstärke — auf eine geringere oder größere Intensität der ultravioletten Sonnenstrahlung geschlossen. — Nachdem es Elster und Geitel[2]) gelungen war, Zellen mit Alkalimetallkathoden zu konstruieren, deren Empfindlichkeitsbereich sich im Gegensatz zum Zink weit in das sichtbare Spektrum erstreckt, wurden diese von ihnen zu photoelektrischen Messungen verwandt, ebenso von Harms[3]) gelegentlich der totalen Sonnenfinsternis vom 30. August in Palma auf Mallorka und von Bergwitz[4]) zur Vergleichung künstlicher Lichtquellen. — Inzwischen ist die Empfindlichkeit der genannten Zellen von den beiden Herren[5]) ganz bedeutend dadurch erhöht worden, daß das Alkalimetall mit einer sehr dünnen Schicht seiner kolloiden Modifikation überzogen wird, sodann ist durch die nachfolgende Einführung eines Edelgases, wie Helium oder Argon, dieser Zustand der Zelle dauernd gemacht. Die durch diese Einrichtungen gesteigerte Empfindlichkeit macht bei Messungen des Sonnenlichts den Gebrauch eines Galvanometers mit Spiegel und Skala unnötig; ein Doseninstrument mit der Empfindlichkeit von 10^{-6} A. und einigen angeschalteten Elementen (40—50 V.) genügt vollauf.

Auf Anraten der Herren Elster und Geitel entschloß sich der Verfasser, diese handliche Apparatur bei einer Ballonfahrt zu erproben. Zunächst war die Fahrt als Vorprobe einer in Aussicht genommenen Hochfahrt gedacht, da aber die Resultate in sich gut stimmen, werden sie als Beleg für die Brauchbarkeit der Methode hier mitgeteilt.

Die Apparatur bestand aus einem Doseninstrument[1]) der Firma Kadelbach & Randhagen (Berlin-Wilmersdorf), Empfindlichkeit 10^{-6} A., einer Trockenbatterie von 44,2 V. Spannung und einer lichtelektrischen Zelle neuester Konstruktion. Diese ist fest in einen innen geschwärzten zylinderförmigen Metallkasten eingebaut; die Zuleitungen zu den Elektroden sind durch Bernstein gut isoliert. Auf dem Gehäuse befindet sich ein Diopter zum Einstellen gegen die Sonne. Der Alkalimetallfläche gegenüber steht ein kreisrunder Ausschnitt, der den Sonnenstrahlen den senkrechten Eintritt in den Zylinder gestattet. Dieser wird durch eine Scheibe aus Jenenser Blauglas abgeschlossen, um einen möglichst definierten Wellenbereich zu haben; zugleich ist eine Mattscheibe eingeschaltet, damit in das Photometer nur diffuses Licht eindringen kann. Vor der Blauscheibe ist ein veränderlicher Spalt angebracht, um durch Verminderung der Spaltbreite auch sehr große Lichtstärken in den Meßbereich des Galvanometers bringen zu können. — Die angewendete Schaltung zeigt nachstehende Skizze.



D = Diopter, *G* = Glasscheibe und Spalt, *N* = Galvanometer, *B* = Batterie, *Z* = Zelle, *a* = Marke.

Da nun die Sonnenstrahlung vom Höhenwinkel der Sonne abhängig ist, so muß während der Bestrahlung der Zelle die Sonnenhöhe gemessen werden. Dieses wurde mit dem sogenannten Libellenquadranten der Firma G. Buntenschön[2]) (Hamburg) ausgeführt. — Die Messung gestaltete sich nun so: Batterie und Doseninstrument standen auf einem Tischchen im Ballonkorbe. Die die lichtelektrische Zelle enthaltende Kapsel war durch längere, gut iso-

1) Elster u. Geitel, Sitzungsber. d. Wien. Akad. Bd. **101**, Abt. II a, März 1892.
2) Elster u. Geitel, Wied. Ann. **48**, 1893.
3) Harms, Terr. Magnet. a. Atm. E. 11, 31, 1906.
4) Bergwitz, diese Ztschr. **8**, 373, 1907.
5) Elster u. Geitel, diese Ztschr. **11**, 257, 1910; **12**, 609, 1911.

1) Die Nadel des Instruments steht vollkommen ruhig im Ballonkorbe.
2) Der Apparat bewährte sich vortrefflich, zumal wenn man das Sonnenlicht noch durch eine auf das Okular aufgesetzte Pappscheibe abblendete.

lierte Drähte, wie Fig. 1 zeigt, angeschlossen. Ein Beobachter[1]) hielt nun dieselbe so, daß das Bild der Sonne auf die Marke a des Diopters scharf einspielte, zugleich verdeckte er den Spalt, so daß das Galvanometer auf Null stand; währenddessen bestimmte der andere Beobachter die Sonnenhöhe und las dann den Ausschlag des Galvanometers bei freigegebenem Spalt ab. — Die Daten der Beobachtungen, die am 17. September dieses Jahres im Ballon „Braunschweig" in verschiedenen Höhen erhalten wurden, sind diese:

φ	b_p	a_1	a_2	d
39° 12′	585	18°	18,06°	— 0,06
37° 38′	600	17°	17,08°	— 0,08
27° 20′	490	15,8°	15,68°	+ 0,12
25° 08′	520	13,6°	13,56°	+ 0,04
23° 20′	660	10,2°	10,23°	— 0,03

In der Tabelle bedeutet φ die Sonnenhöhen, b_p die Barometerstände der betreffenden Höhen des Ballonkorbes und a_1 die Ausschläge des Galvanometers. — Leider ließen sich nur fünf Werte bestimmen, da nur bisweilen die Sonne vollständig klar die Wolkenschichten durchbrach.

Bekanntlich gilt für die Intensität der Sonnenstrahlung innerhalb der Erdatmosphäre die Formel von Lambert-Bouguer:

$$I = I_0 \cdot a^z,$$

in der I die beobachtete Intensität der Strahlung, I_0 die Intensität an der Grenze unserer Atmosphäre, a der Transmissionskoeffizient der Luft und

$$z = \frac{b_p}{b_0 \sin \varphi}$$

die reduzierte Weglänge des Strahls bedeuten. Als Einheit gilt die Dicke der homogenen Atmosphäre. b_0 ist zu 760 mm gerechnet. — Um nun zu erkennen, ob die Beobachtungen sich der genannten Formel anschlossen, wurden die Koeffizienten der logarithmierten Gleichung:

$$\log I = \log I_0 + z \cdot \log a$$

nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet. — Es ergab sich:

$$\log I = 1{,}6513 - 0{,}3239 \times z,$$

also:

$I_0 = 44{,}8°$ ($z = 0$). An der Grenze unserer Atmosphäre würde also das Doseninstrument diesen Ausschlag geben, wenn die Formel auch für $z = 0$ als gültig vorausgesetzt werden könnte.

$I_{90} = 21{,}3$. ($z = 1$) Die Intensität der Sonnenstrahlung gemessen in demselben Maß bei Zenitstand der Sonne im Meeresniveau.

$a = 0{,}47$ der Transmissionskoeffizient unserer Atmosphäre für blauviolette Strahlen.

Für die anderen Schichtdicken z finden sich die berechneten Werte in der Tabelle unter a_2. Man sieht, die Differenzen d liegen völlig innerhalb der Ablesefehler.

Herr Dr. Schünemann hatte einige Tage vor unserem Ballonaufstiege mit demselben Instrumentarium Messungen in Wolfenbüttel am Erdboden gemacht. Er stellte mir die Daten seiner Beobachtungen in liebenswürdiger Weise zur Verfügung. Herr Dr. Schünemann fand:

φ	24° 8′	27°	31° 4′	36° 8′	49° 9′	42° 5′
I	7,0	8,0	10,0	12,1	13,5	14,3

und daraus durch Rechnung: $I_0 = 43{,}9°$, $I_{90} = 20{,}2$, $a = 0{,}46$.

Die Übereinstimmung beider Resultate muß wohl als befriedigend anerkannt werden. Die Abweichungen liegen in dem Sinne, der vorauszusehen ist, wenn man das Absorptionsvermögen der untersten Luftschichten für blaue Strahlen größer als für die oberen annimmt. — Zum Schluß stelle ich die Transmissionskoeffizienten, soweit sie mir in der Literatur zugänglich waren, zusammen:

Langley[1])	0,42—0,49	
Abbot (Washington)	0,48	
Abbot u. Fowle (Mount Wilson)	0,72	
Abbot u. Fowle (Washington)	0,54	
Harms[2]) (Palma)	0,72	für blauviolette Strahlen
Dorno[3]) (Davos)	0,51	
Bergwitz (Ballon)	0,47	
Schünemann (Wolfenbüttel)	0,46	
Dorno (Davos)	0,27	für ultraviolette Strahlen
Elster u. Geitel[4]) (Wolfenbüttel)	0,37	
Elster u. Geitel (Sonnblick)	0,26	
Alessandri[5]) (Monte Rosa)	0,36	

Den Herren Elster und Geitel sage ich für die Überlassung der Apparate meinen besten Dank.

1) Trabert, Lehrbuch d. kosmischen Physik. Teubner, 1911. S. 442 f.
2) l. c. S. 37.
3) Studie über Licht und Luft des Hochgebirges. Vieweg, 1911. S. 30 f.
4) Wien. Ber. **101**, IIa, 146—149, 1892.
5) Meteorolog. Z. **26**, 54, 1909.

Braunschweig, 3. Oktober 1911.

(Eingegangen 7. Oktober 1911.)

1) Herrn Stabsarzt Dr. Flemming spreche ich für seine freundliche Hilfe meinen besten Dank aus.

Über den Zusammenhang von kinetischer Energie und transversaler Masse.

Von Philipp Frank.

Aus dem Energiesatz läßt sich bekanntlich eine Beziehung zwischen der kinetischen Energie

$L(v)$ eines Massenpunkts von der Geschwindigkeit v und seiner longitudinalen Masse herleiten[1]). Im folgenden möchte ich nun zeigen, daß man in ebenso einfacher Weise aus energetischen Betrachtungen eine unmittelbare Beziehung zwischen kinetischer Energie und transversaler Masse gewinnen kann.

Wir verstehen unter der kinetischen Energie $L(v)$ eines Massenpunkts die Arbeit, die von den äußeren Kräften geleistet werden muß, um ihn aus der Ruhe auf die Geschwindigkeit v zu bringen. Nach dem Energiesatz ist die Größe dieser Arbeit unabhängig davon, welche Zwischenzustände der Massenpunkt dabei durchläuft. Die Ruhmasse m des Massenpunkts wird energetisch definiert als das Verhältnis der Arbeit, die aufgewendet werden muß, um unseren Massenpunkt aus der Ruhe auf die Geschwindigkeit v zu bringen, zu der Arbeit, die notwendig ist, um an der Masseneinheit dasselbe zu erzielen. Wenn nun der Massenpunkt ursprünglich nicht in Ruhe war, sondern schon eine Geschwindigkeit u hatte, und ihm eine zu u senkrechte Zusatzgeschwindigkeit v erteilt wird, so werden wir das Verhältnis der zur Hervorbringung dieser Zusatzgeschwindigkeit v notwendigen Arbeit zu der Arbeit, die aufgewendet werden muß, um die Geschwindigkeit v von der Ruhe aus zu erzielen, als das Verhältnis der transversalen Masse zur Ruhmasse bezeichnen. Dieses Verhältnis, so nehmen wir an, möge nur von der vorhandenen Geschwindigkeit, also von u abhängen, sein Wert sei $\varphi(u)$ und wir haben also für die transversale Masse m_t die Beziehung:

$$m_t = m\varphi(u). \tag{1}$$

Nun erteilen wir dem Massenpunkte von der Ruhe aus die Geschwindigkeit u und, nachdem er diese besitzt, senkrecht dazu die Zusatzgeschwindigkeit v. Die dabei im ganzen geleistete Arbeit A_1 ist gegeben durch:

$$A_1 = L(u) + \varphi(u)L(v). \tag{2}$$

Wir können aber dem Massenpunkt auch von der Ruhe aus die Geschwindigkeit v und dann eine dazu senkrechte Zusatzgeschwindigkeit u erteilen, dann ist die dabei geleistete Arbeit A_2 gegeben durch:

$$A_2 = L(v) + \varphi(v)L(u). \tag{3}$$

Auf beiden Wegen wird, wenn wir die Richtungen der Anfangsgeschwindigkeiten geeignet wählen, dieselbe Endgeschwindigkeit[2]) erzielt. Dabei brauchen wir über die Zusammensetzung von Geschwindigkeiten nur anzunehmen, daß die Resultierende zweier zueinander senkrechten Geschwindigkeiten ihrem Betrage nach nicht von der Reihenfolge abhängt, in der die beiden erteilt werden. Dann können wir nach dem Energiesatze aber

$$A_1 = A_2 \tag{4}$$

setzen und daraus folgt[1]) wegen (2) und (3):

$$\frac{L(u)}{\varphi(u) - 1} = \frac{L(v)}{\varphi(v) - 1}, \tag{5}$$

d. h. aber: diese Ausdrücke sind vom Argument unabhängig, und es gilt, wenn k eine Konstante bedeutet:

$$L(u) = k[\varphi(u) - 1] \tag{6}$$

oder wegen (1):

$$L(u) = k'[m_t - m], \tag{7}$$

wo k' eine andere Konstante ist.

Diese Beziehung ist nun in der Relativitätstheorie wirklich erfüllt; denn hier ist:

$$m_t = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$L(u) = mc^2\left[\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - 1\right].$$

Es läßt sich also, wenn die transversale Masse als Funktion der Geschwindigkeit bekannt ist, daraus die lebendige Kraft und nach längst bekannten Formeln aus dieser die longitudinale Masse ableiten. Dabei bleibt noch eine multiplikative Konstante unbestimmt, die man etwa durch die Forderung bestimmen kann, daß $L(u)$ für kleine $\frac{u}{c}$ mit dem in der klassischen Mechanik verwendeten Ausdruck

$$L(u) = \frac{m}{2}u^2$$

übereinstimmen soll, eine Forderung, die man exakt als

$$\lim_{u=0} \frac{L(u)}{\frac{m}{2}u^2} = 1$$

formulieren kann, woraus

$$L''(0) = m$$

und für die in (6) vorkommende Konstante

$$k = \frac{m}{\varphi''(0)}$$

folgt.

1) Siehe etwa: Abraham, Theorie der Elektrizität, Bd. II, 2. Aufl., § 20 (Gl. 115b).

2) Die Richtungen der Endgeschwindigkeiten dürfen dabei verschieden sein, da die lebendige Kraft nur vom absoluten Betrage abhängen kann.

1) Wenn wir den Fall $\varphi(u) = 1$, wo die transversale Masse konstant und gleich der Ruhmasse ist, ausschließen.

Wien, 9. Oktober 1911.

(Eingegangen 14. Oktober 1911.)

Eine neue Ableitung für die Dynamik der Relativtheorie.

Von Philipp Frank.

In der vorstehenden Arbeit[1]) habe ich gezeigt, daß sich aus energetischen Betrachtungen zwischen der kinetischen Energie L, der transversalen Masse m_t und der Ruhmasse m eines Massenpunktes die Beziehung:

$$L = k(m_t - m) \tag{1}$$

herleiten läßt, wobei k eine noch unbestimmte Konstante bedeutet. Bei dieser Ableitung war keinerlei Voraussetzung benutzt worden, die der Relativtheorie eigentümlich ist.

In den folgenden Zeilen möchte ich nun zeigen, daß sich mit Hilfe der Beziehung (1) und anderer schon bekannter Beziehungen, die ebenfalls ohne Zuhilfenahme irgendeiner speziellen Theorie nur aus allgemeinen dynamischen Erwägungen abgeleitet sind, der vollständige Ausdruck für die lebendige Kraft, den Impuls, die longitudinale und transversale Masse als Funktionen der Geschwindigkeit gewinnen läßt. Und diese ohne relativtheoretische Voraussetzungen abgeleiteten Formeln stimmen genau mit denen der Relativtheorie überein. Ja selbst das Einsteinsche Additionstheorem für zwei zueinander senkrechte Geschwindigkeiten ergibt sich aus diesen allgemeinen energetischen Betrachtungen ohne jede speziellere Annahme.

Wir benutzen außer unserer Beziehung (1) noch die folgenden, von M. Abraham[2]) abgeleiteten Beziehungen zwischen L, m_t, der longitudinalen Masse m_l und dem absoluten Betrag des Impulses G:

$$m_l = \frac{1}{v}\frac{dL}{dv} \tag{2}$$

$$m_t = \frac{G}{v} \tag{3}$$

$$m_l = \frac{dG}{dv}. \tag{4}$$

Aus den Gleichungen (1) bis (4) lassen sich von den vier Größen L, G, m_l, m_t drei beliebige eliminieren und so für jede von ihnen eine Differentialgleichung aufstellen.

Wir wollen etwa die Differentialgleichung für den Impuls G aufschreiben:

$$(kv - v^3)\frac{dG}{dv} = kG. \tag{5}$$

Ihr allgemeines Integral lautet, wenn k' eine Konstante bedeutet:

$$G = \frac{k'v}{\sqrt{k - v^2}}. \tag{6}$$

1) Vgl. diese Zeitschr. **12**, 1112, 1911.

2) M. Abraham, Gött. Nachr. 1902, S. 20. Vgl. auch M. Abraham, Theorie der Elektrizität, II. Bd., 2. Aufl., § 20, S. 174 f.

Dann folgt aus (3)

$$m_t = \frac{k'}{\sqrt{k - v^2}} \tag{7}$$

und aus (1)

$$L = k\left(\frac{k'}{\sqrt{k - v^2}} - m\right). \tag{8}$$

Da die kinetische Energie für $v = 0$ verschwinden muß, folgt aus (8) für k' der Wert:

$$k' = m\sqrt{k} \tag{9}$$

und die Gleichungen (6), (7), (8) verwandeln sich in:

$$G = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{k}}} \tag{10}$$

$$m_t = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{k}}} \tag{11}$$

$$L = mk\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{k}}} - 1\right), \tag{12}$$

wozu noch wegen (2) die Beziehung:

$$m_l = \frac{m}{\sqrt{\left(1 - \frac{v^2}{k}\right)^3}} \tag{13}$$

kommt. Man sieht aus den Gleichungen (11) und (13), daß die Massen für $v^2 = k$ unendlich groß werden, daß also die Geschwindigkeit $\sqrt{k}$ eine Grenzgeschwindigkeit ist, auf die Massen durch endliche Kräfte nicht gebracht werden können. Wir bezeichnen diese Grenzgeschwindigkeit mit c, dann ist

$$k = c^2 \tag{14}$$

und die Formeln (10) bis (13) gehen in die entsprechenden Formeln der Relativtheorie[1]) über, wenn wir die Geschwindigkeit des Lichtes im Vakuum als Grenzgeschwindigkeit ansehen.

Das Einsteinsche Additionstheorem für die aufeinander senkrecht stehenden Geschwindigkeiten u und v läßt sich nun folgendermaßen herleiten:

Wir setzen zunächst

$$L(u) = ml(u). \tag{15}$$

Wir erteilen unserem Massenpunkt mit der Ruhmasse m zuerst von der Ruhe aus die Geschwindigkeit u und dann eine dazu senkrechte Geschwindigkeit v. Die Summe der bei diesen beiden Vorgängen geleisteten Arbeiten ist nun gleich der Arbeit, die aufgewendet werden muß, um den Massenpunkt unmittelbar von der Ruhe aus auf die aus u und v resultierende Geschwindig-

1) A. Einstein, Ann. d. Phys. **17**, 919 f., 1905.

keit, die wir mit w bezeichnen, zu bringen. Diese Gleichheit läßt sich nach den in meiner oben zitierten Arbeit[1]) angestellten Betrachtungen durch folgende Formel ausdrücken:

$$ml(u) + m_t(u)l(v) = ml(v). \qquad (16)$$

Drücken wir hierin m_t und l durch ihre in Gl. (11) bezw. (15) und (12) gegebenen Werte aus, so erhalten wir:

$$\left.\begin{aligned}\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{k}}}-1\right)+\frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{k}}}\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{k}}}-1\right)\\ =\frac{1}{\sqrt{1-\frac{w^2}{k}}}-1.\end{aligned}\right| \qquad (17)$$

Und hieraus folgt nach leichten Umformungen:

$$w^2 = u^2 + v^2 - \frac{u^2 v^2}{k}. \qquad (18)$$

Das ist aber genau die Einsteinsche Formel[2]) für die Resultierende zueinander senkrechter Geschwindigkeiten.

Die ganze Betrachtungsweise dieser Zeilen steht übrigens in engstem Zusammenhang mit Herrn P. Duhems[3]) energetischem Aufbau der klassischen Mechanik und Thermodynamik, ein Zusammenhang, den ich an anderem Orte noch ausführlicher darstellen werde, wo auch der hier nur skizzierte Gedankengang systematisch und logisch einwandfrei durchgeführt werden soll.

1) Diese Zeitschr. **12**, 1112, 1911 (Gl. 2).

2) A. Einstein, l. c., S. 906.

3) P. Duhem, Commentaire aux principes de la Thermodynamique, Journ. d. math. pures et appl., 4e série, t. VIII, IX, X (1892—1894). — Aufs neue ist dieser Aufbau dargestellt in P. Duhem, Traité d'énergétique, Tome I, Paris 1911; insbesondere kommt für uns hier Chap. II, 34 in Betracht.

Wien, 16. Oktober 1911.

(Eingegangen 20. Oktober 1911.)

Über das Dopplersche Prinzip[1]).

Von S. Pokrowsky.

Soweit mir bekannt, wurden die Astrophysiker durch Prof. W. A. Michelsons Aufsatz[2]) „Zur Frage über die richtige Anwendung des Dopplerschen Prinzips" zuerst darauf aufmerksam gemacht, daß die beobachteten Verschiebungen der Linien in den Spektren verschiedener Gestirne nicht allein durch die Bewegung der Gestirne hinsichtlich des Beobachters, sondern auch durch Veränderungen in dem das Spektroskop von der zu untersuchenden Lichtquelle trennenden Mittel erklärt werden können. Ist ν die Zahl der von der Lichtquelle in einer Zeiteinheit entsandten Lichtschwingungen, so wird bei Bewegung der Lichtquelle und des Beobachters längs dem Sehstrahl mit der Geschwindigkeit a bezw. b, die in ein und derselben Richtung von der Lichtquelle zum Beobachter abgetragen wird, die Zahl der Schwingungen, die der Beobachter in derselben Zeit wahrnimmt, nach Doppler gleich ν' sein, welches aus dem Verhältnis

$$\nu' = \nu\frac{c+a}{c+b}$$

bestimmt wird, wo c die Verbreitungsgeschwindigkeit des Lichtes in reinem Äther ist. Bei geringen a und b kann man

$$\nu' = \nu\left(1 \mp \frac{1}{c}\frac{\partial l}{\partial t}\right), \quad \text{und } a - b = -\frac{\partial l}{\partial t}$$

annehmen, wo l die variable Entfernung der Lichtquelle vom Beobachter ist. W. A. Michelson erweitert den Inhalt letzterer Formel, indem er unter l den optischen, und nicht den geometrischen Weg der Strahlen von der Lichtquelle bis zum Beobachter versteht, d. h. indem er $l = \Sigma\mu_i l_i$ setzt, wo l_i die von den Strahlen in Mitteln, welche hinsichtlich des Äthers Brechungsquotienten μ_i besitzen, nacheinander durchlaufenen Wege sind. Dem auf diese Weise verallgemeinerten Dopplerschen Prinzip entsprechend, wird jede Längenveränderung des optischen Weges von einer Veränderung der Zahl der Lichtschwingungen der durchgehenden Strahlen nach der Formel

$$\nu' = \nu\left(1 \mp \frac{1}{c}\frac{\partial \Sigma\mu_i l_i}{\partial t}\right) \qquad (1)$$

begleitet sein.

Im Falle einer planparallelen Platte von variabler Dicke erhält diese letzte Formel die Form

$$\nu' = \nu\left[1 \mp \frac{1}{c}\frac{\partial(\mu-1)l}{\partial t}\right] = \nu\left[1 - \frac{1}{c}\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}\right], \qquad (2)$$

wo l die Dicke der Platte, μ ihr Brechungsquotient, $\varepsilon = (\mu - 1)l$ der durch die Platte hereingebrachte Gangunterschied ist.

Kommt ein längs der Halbierenden des Brechungswinkels mit der Geschwindigkeit v sich bewegendes Prisma in ein paralleles Strahlenbündel hinein, so wird die Veränderung der Frequenz der Lichtschwingungen, welche in den das Prisma verlassenden Strahlen entsteht, folgendermaßen ausgedrückt:

1) Der Inhalt dieser Untersuchung bildete den Gegenstand eines im Oktober 1909 in dem St. Petersburger Physikerverein vorgetragenen Referats; Journ. Russ. Phys.-Chem. Ges. **42**, Phys. T., 426—448, 1910.

2) W. A. Michelson, On Dopplers principle. Astrophys. J. **13**, 192—198, 1901; Journ. Russ. Phys.-Chem. Ges. **31**, Phys. T., 119, 1899.

$$\nu' = \nu\left[1 \mp 2\frac{v}{c}\sin\frac{\delta}{2}\right], \qquad (3)$$

wo δ der Winkel der minimalen Ablenkung der Strahlen im Prisma ist. Hier kann noch ein von E. Ketteler[1]) behandelter Fall angefügt werden. Bei der Reflexion der Lichtstrahlen von einem mit der Geschwindigkeit $\pm v$ sich ihnen entgegen bewegenden Spiegel wird die Frequenz der Schwingungen in den reflektierten Strahlen folgendermaßen ausgedrückt:

$$\nu' = \nu\left[1 \mp 2\frac{v}{c}\cos i\cos\psi\right], \qquad (4)$$

wo i der Einfallswinkel der Strahlen und ψ der Winkel zwischen der Normalen zum Spiegel und seiner Bewegungsrichtung ist.

Zum Schluß seines Aufsatzes weist Prof. W. A. Michelson auf die Möglichkeit der Anwendung der Formel (3) auf die Erklärung der in der Chromosphäre der Sonne beobachteten verschiedenen Verzerrungen der Spektrallinien hin. Entsprechend der erwähnten Formel können diese Verzerrungen dadurch hervorgerufen werden, daß enorme Massen verschiedener glühender Gase und Dämpfe, die in den meisten Fällen mit großer Geschwindigkeit ihre Lage verändern, den Weg der gegen uns gerichteten Strahlen betreten. Indessen werden infolge der geringen Dichte dieser Gase in den oberen Sonnenschichten, und also auch eines geringen Wertes der Differenz $(\mu - 1)$, diese Linienverschiebungen, wie leicht zu zeigen, über die Grenzen des Auflösungsvermögens gegenwärtig existierender Spektroskope hinausliegen. Die beobachteten Verzerrungen der Spektrallinien auf der Sonne könnte man eher durch die Einwirkung der anomalen Dispersion im Zusammenhang mit dem verallgemeinerten Dopplerschen Prinzip erklären. Nach der Theorie Schmidt-Julius' sind die Linien der Chromosphäre durch die aus tieferen Sonnenschichten kommenden Strahlen bedingt, die sodann kraft der anomalen Dispersion in Schichten, die höher als die sogenannte kritische Sphäre Schmidts gelegen sind, eine anomal große Ablenkung erlitten haben. Infolge verschiedener zufälliger Heterogenitäten, die die Strahlen in diesen Schichten antreffen, erleiden Strahlen benachbarter Wellenlängen verschiedene Ablenkungen, und legen auf diese Weise den Grund zu den erwähnten Verzerrungen der Spektrallinien. Wenn außerdem auf dem Wege dieser Strahlen das Mittel sich in großer Dicke verändert, so werden diese Veränderungen entsprechend der Formel (2) möglicherweise imstande sein, wahrnehmbare Periodenveränderungen hervorzurufen, da infolge der anomalen Dispersion die Größe der Differenz $(\mu - 1)$ bei Absorptionslinien ihren gewöhnlichen Wert für gasförmige Körper bedeutend übersteigen wird. Unvergleichlich größere Bedeutung könnten diese Erwägungen für die Erklärung verschiedener Anomalien haben, die in Spektrogrammen spektroskopischer Doppelsterne wahrgenommen werden. Beide Komponenten derartiger Sterne befinden sich in den meisten Fällen so nahe voneinander, daß ihre Atmosphären ineinanderfließen; außerdem erlangt ihre Bahngeschwindigkeit infolge dieser Nähe eine recht erhebliche Größe; z. B. ist die Bahngeschwindigkeit für den Komponenten β Aurigae gleich 222 km in der Sekunde, d. h. fast $^1/_{1500}$ der Lichtgeschwindigkeit; für das β Lyrae beträgt diese Geschwindigkeit etwa 180 km in der Sekunde. Geht die Bahnebene durch den Sehstrahl, so hat man es bei Bewegung beider, wahrscheinlich gasförmiger, Komponenten um ihr gemeinsames Trägheitszentrum gerade mit einem von W. A. Michelson behandelten analogen Fall zu tun, da ein jeder der Komponenten abwechselnd die Bahn der zu uns ins Spektroskop gehenden Strahlen betreten wird. In dem Maße, als einer der Komponenten den andern verdeckt, wird die Länge des optischen Weges für die vom hinteren Komponenten kommenden Strahlen größer werden; demzufolge werden alle Linien dieses Komponenten sich zum roten Spektrumende hin verschieben, oder wenigstens verbreitern müssen. Eine Rückverschiebung zum violetten Ende hin wird stattfinden, wenn der hintere Komponent von der andern Seite hinter dem vorderen in Erscheinung zu treten beginnt. Bei bedeutender Bahngeschwindigkeit und bei zunehmender Dichte zum Zentrum hin werden ähnliche Verschiebungen möglicherweise auch nicht über die Grenzen der gegenwärtigen Beobachtungsempfindlichkeit hinaus liegen, ungeachtet der hohen Materieverdünnung in diesen Komponenten. Bestehen beide Komponenten aus ein und denselben glühenden Gasen und Dämpfen, was in sehr vielen Fällen beobachtet wird, so können diese Verschiebungen und Verbreiterungen ihrer Linien auch schon deshalb wahrnehmbar werden, da in diesem Falle, wie schon erwähnt wurde, die Einwirkung der anomalen Dispersion zur Geltung gelangt. Ist dabei der hintere Komponent bedeutend heller als der vordere, so können die Strahlen beim Durchgange durch die Atmosphäre des vorderen Komponenten auch nicht völlig absorbiert werden und ergeben dann, wenn nicht gerade eine Verschiebung, so doch eine einseitige Verbreiterung der Linien abwechselnd zum roten und violetten Spektrumende hin. Vielleicht wäre es möglich, auf diesem Wege

1) E. Ketteler, Astronom. Ondulationstheorie, S. 85.

eine Erklärung für einige Besonderheiten bei Verschiebung der Wasserstofflinien, die auf Spektrogrammen von β Lyrae wahrgenommen sind, zu erhalten. Indem wir uns nun der durch Versuche erbrachten Bestätigung des verallgemeinerten Dopplerschen Prinzips zuwenden, richten wir unsere Aufmerksamkeit zuerst darauf, daß die in dieser Richtung von A. A. Belopolski gemachten bemerkenswerten Untersuchungen, sowie die augenscheinlich ganz abseits stehenden Versuche A. Righis mit Lichtschwebungen, als experimentelle Bestätigung der Tatsache dienen, daß die stetige, durch irgendein optisches Instrument veranlaßte Veränderung der Strahlenphase immer von einer entsprechenden Veränderung der Strahlenperiode begleitet wird.

Bei den Versuchen von A. A. Belopolski[1]) wurde die erwähnte stetige Phasenveränderung durch mehrmalige Reflexion (bis sechsmal) der Lichtstrahlen von parallelen sich zueinander bewegenden Spiegeln bewirkt.

Bei den Versuchen A. Righis wurde die erwähnte stetige Phasenveränderung durch Rotation verschiedener polarisierender Systeme in den zu untersuchenden Strahlen erreicht[2]).

In allen Fällen erscheinen die in Interferometern beobachteten Verschiebungen der Interferenzstreifen als Bestätigung entweder der Formel (4) E. Kettelers[3]), oder der Formel (2) W. A. Michelsons für eine planparallele Platte, welche in die sie passierenden Strahlen den mit dem Lauf der Zeit sich stetig ändernden Gangunterschied $(\mu - 1)\, l$ hineinbringt. Diese Veränderung kann durch Änderung der Neigung der Platte (Jamins Kompensator im gleichnamigen Interferometer) oder durch Veränderung des Brechungsquotienten μ (im Falle einer planparallelen Küvette, die mit dem zu untersuchenden Gas gefüllt wird) hervorgerufen werden.

Der von W. A. Michelson betrachtete Fall mit dem Prisma findet seine Verwirklichung in doppelbrechenden Kompensatoren, die zur Untersuchung der elliptischen Polarisation dienen. Ähnliche Kompensatoren können als Interferometer betrachtet werden, deren Konstruktion auf Erscheinungen der Doppelstrahlenbrechung basiert. Alle Verschiebungen des beweglichen Keils in diesen Kompensatoren werden von Veränderungen der Frequenz der Lichtschwingungen der durchgehenden Strahlen — der ordinären und der extraordinären — begleitet. Aber diese Veränderungen werden für diese beiden Strahlen verschieden sein, da ihre Brechungsquotienten verschieden sind, infolgedessen werden bei Verschiebungen des Keils aus dem Kompensator zwei Gruppen von ordentlichen und von außerordentlichen Wellen heraustreten, welche sich voneinander durch ihre Perioden etwas unterscheiden; im Analysator, welcher die parallelen Komponenten kohärenter Lichtschwingungen ausscheidet, sehen wir ein System sich bewegender Streifen, d. h. wiederum Lichtschwebungen. Wenn der Gangunterschied für den ordinären und den extraordinären Strahl im ganzen Gesichtsfelde der gleiche war, d. h. wenn wir einen Kompensator mit homogenem Felde (z. B. Babinet-Biot) gebrauchten, so werden bei Verschiebungen des Keils die die Lichtschwebungen hervorrufenden Amplitudenveränderungen der Lichtschwingungen für das ganze Gesichtsfeld die gleichen sein, und wir werden abwechselnd Aufklärungen und Verfinsterungen des ganzen Feldes beobachten. Wenden wir auf den Kompensator von Babinet die Formel (2) an, als am meisten bequeme für die bevorstehenden Berechnungen, so erhalten wir folgende Veränderungen der Frequenz der Lichtschwingungen für den ordinären und den extraordinären Strahl:

$$\nu_0' - \nu = + \frac{\mu_0}{\lambda} \frac{\partial l}{\partial t},$$

$$\nu_e' - \nu = + \frac{\mu_e}{\lambda} \frac{\partial l}{\partial t},$$

daraus

$$\nu_0' - \nu_e' = + \frac{\mu_0 - \mu_e}{\lambda} \frac{\partial l}{\partial t} = + \frac{\mu_0 - \mu_e}{\lambda} \cdot nh \operatorname{tg} \alpha,$$

da $\frac{\partial l}{\partial t} = nh \operatorname{tg} \alpha$, wo α der Winkel des Keils, h der Gang der mikrometrischen Schraube im Kompensator, n Anzahl der Umdrehungen dieser Schraube pro Sekunde, λ die ursprüngliche Wellenlänge ist. Dieser Ausdruck enthält alle Daten zur experimentellen Bestätigung des Dopplerschen Prinzips mittels des Babinetschen Kompensators. Betrachten wir noch einen Fall, wo wir auf dem Wege paralleler Strahlen irgendeine Flamme aufstellen. Infolge der Schwankungen dieser Flamme und der Luftströmungen um dieselbe wird der Gangunterschied für jeden durch die Flamme gehenden Strahl sich verändern und zwar für verschiedene Strahlen ganz verschieden; dementsprechend werden sich auch die Perioden dieser Strahlen verändern, so daß aus der Flamme eine ganze Gruppe von Wellen mit verschiedenen sich stetig verändernden Perioden heraustritt. Fangen wir diese Strahlen mit einem Schirm auf, so sehen wir auf ihm, als Folge der Interferenz, ein recht unregelmäßiges, allen gut bekanntes Abwechseln dunkler und heller Wellen (Schlieren).

1) A. A. Belopolski, Nachr. d. K. Akad. d. Wiss. **13**, 461, 1900.

2) A. Righi, Journ. de Phys. **2**, 437, 1883.

3) In bezug auf den sich bewegenden Spiegel ist diese Ansicht auch von R. W. Wood, O. M. Corbino und K. Abels ausgesprochen worden.

Da die zerstreuende und ablenkende Einwirkung der Flamme, als eines Prismas, ganz unbedeutend ist, so ist diese Erscheinung, als nur durch Lichtschwebungen bedingt, eine Bestätigung des verallgemeinerten Dopplerschen Prinzips.

Früher sahen wir auf Grund der Formel (1), daß Frequenzveränderungen der Lichtstrahlen durch Veränderung der Brechungsquotienten der Mittel, welche die Strahlen durchgehen, hervorgerufen werden können. Im Falle nur eines einzigen Mittels erhalten wir

$$\nu' = \nu\left[1 + \frac{l}{c}\frac{\partial \mu}{\partial t}\right]. \qquad (5)$$

In den Erscheinungen der Magneto- und Elektrooptik begegnen wir Beispielen ähnlicher, sehr schneller Veränderungen der Brechungsquotienten des Mittels, welche die Entstehung des magnetischen oder elektrischen Feldes begleiten. Wie die Untersuchungen von H. Abraham zeigen, vollzieht sich der Prozeß der elektrischen oder magnetischen Doppelbrechung in einem Zeitraume von nicht mehr als 10^{-9} Sekunden, d. h. er vollzieht sich in der Praxis in derselben sehr kurzen Zeit, in welcher sich das entsprechende Feld selbst zu bilden vermag. Wenn man annimmt, daß die magnetische Rotation der Polarisationsebene des Lichtes ebenso wie natürliche durch Entstehung eines Unterschieds in der Verbreitungsgeschwindigkeit im magnetisierten Medium der Strahlen, welche zirkular rechts (d) und links (l) polarisiert sind, bedingt wird, so erhalten wir mit Hilfe der Formel (5) für die entsprechenden Veränderungen der Frequenz der Lichtschwingungen in diesen Strahlen folgende Ausdrücke:

$$\nu_d' - \nu = +\frac{l}{\lambda}\frac{\partial \mu}{\partial t} = +\frac{l}{\lambda}\frac{\mu_d - \mu}{\tau};$$

$$\nu_l' - \nu = +\frac{l}{\lambda}\frac{\partial \mu}{\partial t} = +\frac{l}{\lambda}\frac{\mu_l - \mu}{\tau},$$

wo τ der Zeitraum, im Laufe dessen die Veränderungen $\mu_d - \mu$ und $\mu_l - \mu$ vor sich gehen, ist.

Daraus ist

$$\delta\nu = \nu_d' - \nu_l' = +\frac{l}{\lambda}\frac{\mu_d - \mu_l}{\tau}.$$

Bezeichnen wir andererseits den Drehungswinkel der Polarisationsebene mit ω, so ist, wie aus der Fresnelschen Theorie bekannt,

$$\frac{l}{\lambda}(\mu_d - \mu_l) = \frac{\omega}{\pi}.$$

Also ist

$$\delta\nu = +\frac{1}{\pi}\frac{\omega}{\tau}.$$

Für die relative Wellenlängenveränderung erhalten wir

$$\frac{\delta\lambda}{\lambda} = -\frac{\delta\nu}{\nu} = +\frac{1}{\pi\nu}\frac{\omega}{\tau}. \qquad (6)$$

Diese Längenveränderung der Lichtwellen, welche jede Drehung der Polarisationsebene begleitet, kann man auf andere Art nachweisen, indem man von der kinematischen Äquivalenz des geradlinig polarisierten Strahls zweier zirkular rechts und links polarisierten Strahlen von verschiedener Periode ausgeht. Im Falle der magnetischen Drehung wird der Ausdruck (6), abgesehen vom Vorzeichen, so umgeschrieben werden können:

$$\frac{\delta\lambda}{\lambda} = \frac{1}{\pi\nu}\cdot\frac{\alpha H l}{\tau},$$

wo α die spezifische Drehung, H die Kraft des magnetischen Feldes, l die Dicke des Mittels, welche die Strahlen passieren, bedeutet.

Vielleicht gelingt es einmal bei Anwendung elektrischer Schwingungen von großer Intensität (H von beträchtlicher Größe) und einer großen Frequenz (da die Dauer τ des Zerfalls in zwei Strahlen sehr klein ist), die angegebenen Veränderungen der Lichtwellen wahrzunehmen, welche auch zur Bestätigung der Ansichten W. A. Michelsons beitragen würden. Dabei könnte man sich anstatt des polarisierten des natürlichen Lichtes bedienen, da jeder virtuelle geradlinig polarisierte, dem Bestande des natürlichen Lichtes angehörende Strahl, zwei zirkular in entgegengesetzten Richtungen polarisierte Strahlen ergeben hätte.

St. Petersburg, Physikalisches Laboratorium des Elektrotechnischen Instituts.

(Eingegangen 2. September 1911.)

Anwendung des Prinzips virtueller Verschiebungen auf die in eine Strahlung versenkten Systeme.

Von S. Pokrowsky.

Wir wollen uns irgendein in den Strom paralleler einfarbiger Strahlung versenktes System vorstellen. Da wir es mit periodischen Schwingungen zu tun haben, so können wir die Volumendichte der Energie dieser Strahlung gleich

$$\varepsilon = A\nu^2\Sigma a_i^2$$

annehmen, wo A ein gewisser Proportionalitätskoeffizient ist, a_i Werte der Lichtschwingungsamplituden in verschiedenen zum Bestand der gegebenen Strahlung gehörenden Wellen, ν die allen Wellen gemeinsame Häufigkeit der Lichtschwingungen.

Alle Verschiebungen des Systems oder seiner Teile werden unter der Wirkung der ponderomotorischen Strahlungskräfte von einer Energie-

verminderung der durch das System durchgehenden Strahlung begleitet. Dagegen werden alle Verschiebungen des Systems gegen diese Kräfte hin, welche durch äußere auf das System einwirkende Kräfte hervorgerufen werden, von einer Vergrößerung dieser Energie begleitet. Das Prinzip der Energieerhaltung auf den gegebenen Fall anwendend, kann man sagen, daß in allen Fällen die Arbeit der ponderomotorischen Kräfte der Strahlung bei virtuellen Verschiebungen des Systems der Energieänderung der Strahlung, welche durch das System in einem Zeitraum durchgeht, im Laufe dessen die zu betrachtende Verschiebung stattgefunden, gleichkommen muß. Bezeichnet man mit $F\delta\varphi$ die Arbeit dieser Kräfte bei der Veränderung irgendeines die Lage des Systems hinsichtlich des Stroms charakterisierenden Parameters φ, mit δE die entsprechende Energieveränderung, so erhält man die Gleichung

$$F\delta\varphi + \delta E = 0. \qquad (1)$$

Diese Gleichung kann als Verallgemeinerung des Prinzips virtueller Verschiebungen für den Fall von beliebigen in den Strahlungsstrom versenkten Systemen betrachtet werden. Die Energieveränderung δE, die in Gleichung (1) auftritt, kann anders dargestellt werden. Befände sich das System in Ruhe, so müßte das im Laufe eines gewissen Zeitraums von einer Seite in das System dringende Energiequantum, nach dem Prinzip der Energieerhaltung, dem das System von der anderen Seite verlassenden Energiequantum gleich sein. Nur bei möglichst einfachen Fällen von Systemen, die von Ebenen begrenzt sind, stehenbleibend, und die Kräfte auf die Oberflächeneinheit berechnend, können wir für die Energie, welche in das System auf der einen Seite hineindringt und dasselbe von der anderen Seite verläßt, folgenden Ausdruck hinschreiben: $jC\varepsilon_0$, wo j eine gewisse Funktion des Einfallswinkels der Strahlen auf eine Grenzebene des Systems und des Reflexionskoeffizienten, C die Verbreitungsgeschwindigkeit der Strahlung in dem das System umgebenden Mittel (im Äther), ε_0 die Volumendichte der Energie in diesem Mittel bedeuten. Gerät das System in Bewegung, so wird das Energiequantum, welches in ein und demselben Zeitraum in das System und aus demselben gegangen, im allgemeinen einander nicht gleich sein. Bezeichnet man mit ε_1 die Volumendichte der das System verlassenden Energie, so findet man für die Energieveränderung im Laufe des Zeitraums dt, währenddessen die Verschiebung des Systems vor sich gegangen, folgenden Ausdruck:

$$\delta E = j(C\varepsilon_0 - C\varepsilon_1)\,dt = jC\delta\varepsilon_0 dt.$$

Lassen wir die Veränderung der Energiedichte, die nach Fresnel dadurch hervorgerufen wird, daß das sich bewegende Mittel Lichtwellen mit sich fortreißt, unberücksichtigt, so können wir für die Veränderung von $\delta\varepsilon_0$

$$\delta\varepsilon_0 = 2A\,\nu\delta\nu\,\Sigma a_i^2 + 2A\,\nu^2\,\Sigma a_i\delta a_i$$

hinschreiben.

Andererseits steht die Veränderung der Frequenz, die durch irgendeine Verschiebung des optischen Systems hervorgerufen wird, in notwendigem Zusammenhang mit der Phasenveränderung der Strahlen, die eine derartige Verschiebung begleitet. Mit Hilfe der bekannten Gleichung des Strahls ist leicht zu zeigen, daß beide Veränderungen in folgendem Abhängigkeitsverhältnis zueinander stehen:

$$\nu_1 - \nu = \delta\nu = -\frac{\partial\alpha}{\partial t}. \qquad (x)$$

In dieser Formel ist ν die anfängliche Häufigkeit der Lichtschwingungen, $\frac{\partial\alpha}{\partial t}$ die Geschwindigkeit der Veränderung der Strahlenphase, welche einfachheitshalber als konstant vorausgesetzt wird.

Es ist sehr wahrscheinlich, daß alle Amplitudenveränderungen δa_i gleich Null sein müssen. Als einziger die Strahlung ganz unabhängig von der Beschaffenheit des Mittels, in welchem sie sich zufällig verbreiten kann, charakterisierender Parameter erscheint die Frequenz der Lichtschwingungen; außerdem ist die Strahlenphase der einzige sich bei Verrichtung der Arbeit durch die ponderomotorischen Kräfte der Strahlung stetig verändernde Parameter; die stetige Phasenveränderung ihrerseits wird gemäß dem soeben angeführten Abhängigkeitsverhältnis (x) von der Veränderung der Lichtschwingungshäufigkeit begleitet. Daraus folgt, daß die Arbeit der ponderomotorischen, der Strahlung als solcher eigenen Kräfte nur auf Rechnung der entsprechenden Veränderungen der Frequenz der Lichtschwingungen, nicht aber ihrer Amplituden, erfolgen kann. Die Richtigkeit der von mir aufgestellten Behauptung wird durch Übereinstimmung der erhaltenen Resultate mit den Folgerungen der elektromagnetischen Lichttheorie bestätigt.

Auf Grund dessen erhalten wir

$$\delta\varepsilon_0 = -A\,2\nu\frac{\partial\alpha}{\partial t}\Sigma a_i^2.$$

Da aber zu Anfang und zu Ende der Bewegung

$$\delta\nu = -\frac{\partial\alpha}{\partial t} = 0, \quad \text{und} \quad \delta\varepsilon_0 = 0,$$

so wird man für $\delta\varepsilon_0$ den Mittelwert für den Zeitraum dt nehmen und

$$\delta\varepsilon_0 = -A\,v\,\frac{\partial a}{\partial t}\,\Sigma a_i^2$$

gleichsetzen müssen.

Diesen Wert $\delta\varepsilon_0$ in Gleichung (1) einsetzend und zum Grenzwert übergehend, erhalten wir nach klar zutage liegenden Umformungen

$$\boldsymbol{F} = \varepsilon\lambda\,\frac{\partial a}{\partial\varphi}. \qquad (2)$$

Hier bedeutet $\varepsilon = j\varepsilon_0$ die Volumendichte der die gesuchte ponderomotorische Kraft bedingenden Energie. Wenn wir z. B. die ponderomotorischen Wirkungen der auffallenden Energie suchen, so ist $j = \cos i$, wobei i der Einfallswinkel und $\varepsilon = \varepsilon_0 \cos i$ ist. Genau ebenso erhalten wir für die gebrochene Energie

$$\varepsilon = \varepsilon_0 j = (1 - \varrho)\,\mu\cos i\,\varepsilon_0,$$

wo ϱ der Reflexionskoeffizient und μ der Brechungsquotient ist. Auf Grund der Gleichung (2) schließen wir folgendes: Um die ponderomotorische Kraft der Strahlung, welche auf irgendeinen, die Lage des Systems hinsichtlich des Stroms charakterisierenden Parameter φ einwirkt, zu finden, genügt es, die Volumendichte der die gesuchte Wirkung bedingenden, auf die Wellenlänge bezogenen Strahlungsenergie, d. h. $\varepsilon\lambda$ mit $\frac{\partial a}{\partial\varphi}$ zu multiplizieren, wobei $\frac{\partial a}{\partial\varphi}$ die Derivierte der in die Strahlung durch dieses System hineingebrachten Phasenveränderung nach gegebenem Parameter φ ist. Wird das Wachsen des Parameters φ von einer Phasenvergrößerung $\left(\frac{\partial a}{\partial\varphi} > 0\right)$ begleitet, so wird die gesuchte Kraft dieselbe Richtung wie $\delta\varphi$ haben. Die Bestimmung von j in jedem einzelnen Falle bietet keine Schwierigkeiten. In einfacheren Fällen kann man mit Hilfe der Gleichung (2) die ponderomotorischen Wirkungen, welchen die Grenzfläche zweier optisch heterogener Mittel unterworfen ist, bestimmen. Abgesehen davon, bietet die erhaltene Gleichung noch in anderer Hinsicht großes Interesse. Die Arbeit der ponderomotorischen Kräfte der Strahlen mit ihrer Phasenveränderung in Zusammenhang setzend, gibt sie die Möglichkeit, das Dopplersche Prinzip von einem anderen Gesichtspunkte aus zu betrachten. Dieses Prinzip steht, wie alle kinematischen Prinzipien, ganz vereinzelt von allen anderen der Physik der Jetztzeit zugrunde liegenden Prinzipien. Um aber in dieses Gebiet mehr Einheitlichkeit hineinzubringen, wäre es wünschenswert, alle diese Prinzipien auf eine möglichst kleine Zahl zu reduzieren. Das erzielt man mit Hilfe der Gleichung (2), da sie uns zeigt, daß das Dopplersche Prinzip nur die notwendige Folge des Bestehens ponderomotorischer Strahlungskräfte und des Prinzips der Energieerhaltung ist. In jeder Strahlung sind dem äußeren Einfluß nur zwei den Strom charakterisierende Parameter unterworfen, nämlich die Phasen und die Amplituden der zum Bestande des Stroms gehörenden Lichtschwingungen. Auf Grund solcher Erwägungen schließen wir, daß die Arbeit beliebiger ponderomotorischer Strahlungskräfte nur auf Rechnung der entsprechenden Veränderungen der Strahlenphasen, nicht aber der Strahlenamplituden, vor sich gehen kann. Daher sind alle rein mechanischen Wechselwirkungen der Strahlung mit beliebigen Systemen nur auf Rechnung der Phasenveränderungen, die thermischen nur auf Rechnung der Amplitudenveränderungen zu schreiben. Erstere Wechselwirkungen sind umkehrbar, die letzteren aber nicht, da sie stets nur nach einer Seite hin, nämlich nach der der Amplitudenverkleinerung (Absorption), möglich sind. Nach Gleichung (2) werden alle Verschiebungen der Systeme, die in einem gewissen Zusammenhange mit der Arbeit ponderomotorischer Strahlungskräfte stehen, von einer Phasenveränderung der Strahlen, d. h. von der Dopplerschen Erscheinung, begleitet. Als Bestätigung dieser Tatsache dienen die bekannten, von A. A. Belopolski angestellten Untersuchungen mit rotierenden Spiegeln.

Wollen wir die erhaltene Formel (2) auf einige spezielle Fälle anwenden.

1. Idealer Spiegel.

Die Bewegung des Spiegels mit der Geschwindigkeit v in der Richtung seiner Normalen n bringt in die von ihm unter dem Winkel i zurückgeworfenen parallelen Strahlen folgende stetige Phasenveränderung hinein

$$\frac{\partial a}{\partial t} = -2v\,\frac{\cos i}{\lambda},$$

daraus findet man

$$\frac{\partial a}{\partial n} = \frac{\partial a}{\partial t} : v = -2\,\frac{\cos i}{\lambda}.$$

Diese Veränderung wird für den ganzen vom Spiegel zurückgeworfenen Wellenkomplex die gleiche sein; daher wird man für die ponderomotorische Kraft

$$F = -\varepsilon\lambda \cdot 2\,\frac{\cos i}{\lambda} = -2\varepsilon_0\cos^2 i$$

erhalten. Infolgedessen drückt diese Kraft den normalen Druck auf die Oberflächeneinheit des Spiegels aus. Das Übereinstimmen des erhaltenen Resultats mit den von J. Cl. Maxwell, D. A. Goldhammer u. a. aus der elektromagnetischen Lichttheorie gewonnenen Folgerungen bestätigt die

Richtigkeit des von mir angewandten Verfahrens. Man kann aber den Inhalt der Formel (2) bedeutend erweitern, indem man sie auf alle Fälle, wo es sich um stetige Phasenveränderung handelt, anwendet. Mit Hilfe dieser Formel kann man z. B. zeigen, daß die auf den Spiegel unter dem Winkel i auffallenden parallelen Strahlen auf ihn einen Druck $F = -\varepsilon_0 \cos^2 i$ ausüben; die zurückgeworfenen Strahlen üben ihrerseits auf den Spiegel genau denselben Druck aus. Außerdem üben die auffallenden Strahlen auf den Spiegel einen längs der Tangente zu seiner Oberfläche gerichteten, in der Einfallsebene liegenden und numerisch

$$T = \varepsilon \sin i = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \sin 2i$$

gleichen Zug aus. Dieser Zug bildet mit der Richtung der einfallenden Strahlen, die man sich hinter den Spiegel verlängert denkt, den Winkel $\frac{\pi}{2} - i$. Für den Zug, der durch reflektierte Strahlen bewirkt wird, findet man genau ebenso

$$T_1 = -\frac{1}{2} \varepsilon_0 \sin 2i.$$

Auf diese Weise wird der seitliche Zug der einfallenden Strahlen durch den ihm gleichen und entgegengesetzt gerichteten Zug der reflektierten Strahlen in Gleichgewicht gehalten. Wie M. Abraham gezeigt hat, wird dieses Gleichgewicht auch während der Bewegung des Spiegels nicht gestört.

2. Absorbierende Fläche.

Auf Grund des Obenerwähnten erhalten wir für den normalen Druck und seitlichen Zug, die durch parallele einfallende und zurückgeworfene Strahlen auf eine absorbierende Fläche ausgeübt werden, folgende Ausdrücke:

$$F = -(1 + \varrho) \varepsilon_0 \cos^2 i;$$

$$T = \frac{1}{2} (1 - \varrho) \varepsilon_0 \sin 2i;$$

wo ϱ der Reflexionskoeffizient ist.

3. Planparallele Platte.

Eine derartige Platte bringt in die sie passierenden Strahlen, wie leicht zu zeigen, folgende Phasenveränderung hinein:

$$\alpha = \frac{h}{\lambda} (\sqrt{\mu^2 - \sin^2 i} - \cos i) = \frac{h}{\lambda} (\mu \cos r - \cos i),$$

wo h die Dicke der Platte ist, μ ihr Brechungsquotient, i der Einfallswinkel der Strahlen.

Da α von h und dem Einfalls- oder Austrittswinkel i der Strahlen abhängt, so kann man auf Grund der Formel (2) erwarten, daß die ponderomotorischen Wirkungen der die Platte passierenden Strahlen in gewissen längs der Normalen zur Oberfläche der Platte gerichteten Kräften und außerdem in einem gewissen Drehmoment ausgedrückt werden. Nehmen wir die Derivierten von α nach den Parametern h und i und setzen ihre Werte in die Formel (2) ein, so erhalten wir die ponderomotorischen Wirkungen der durchgehenden Strahlen auf diese Platte. Wir erhalten

$$\frac{\partial \alpha}{\partial h} = \frac{1}{\lambda} (\sqrt{\mu^2 - \sin^2 i} - \cos i);$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial i} = \frac{h}{\lambda} \left(\sin i - \frac{\sin 2i}{2\sqrt{\mu^2 - \sin^2 i}} \right);$$

$$F = \varepsilon \lambda \frac{\partial \alpha}{\partial h} = (1 - \varrho)^2 \varepsilon_0 \cos i (\sqrt{\mu^2 - \sin^2 i} - \cos i);$$

$$M = \varepsilon \lambda \frac{\partial \alpha}{\partial i} =$$

$$= (1 - \varrho)^2 \varepsilon_0 h \cos i \left(\sin i - \frac{\sin 2i}{2\sqrt{\mu^2 - \sin^2 i}} \right),$$

wo ϱ der Reflexionskoeffizient ist.

Die Kraft F stellt den längs der Normalen nach außen gerichteten und an der Ein- und Austrittsstelle der Energie aus der Platte existierenden Zug vor. Diese beiden Zugwirkungen befinden sich in einem Abstand von $l = h \operatorname{tg} r = \frac{h \sin i}{\sqrt{\mu^2 - \sin^2 i}}$ voneinander und bilden auf diese Weise das Kräftepaar

$$Fl = (1 - \varrho)^2 \varepsilon_0 h \cos i \left(\sin i - \frac{\sin 2i}{2\sqrt{\mu^2 - \sin^2 i}} \right) = M.$$

Dasselbe Moment in der Richtung der wachsenden i haben wir soeben unmittelbar mit Hilfe der Formel (2) erhalten.

Bei $i = 0$, $F = (\mu - 1) \varepsilon_0$; $M = 0$.

Wir wollen nun die ponderomotorischen Wirkungen der Strahlung, welche die Grenzfläche zweier optisch heterogener Mittel erleidet, eingehender betrachten. Ein Bündel paralleler Strahlen fällt unter dem Winkel i auf die Trennungsfläche der Luft (Vakuum) und eines den Brechungsquotienten μ besitzenden Mittels. Die Verschiebung dieser Fläche nach außen längs der Normalen $+n$ zu ihr wird in die einfallenden, zurückgeworfenen und gebrochenen Strahlen folgende Phasenveränderungen hineinbringen:

$$\frac{\partial \alpha_i}{\partial n} = -\frac{\cos i}{\lambda}; \qquad \frac{\partial \alpha_r}{\partial n} = -\frac{\cos i}{\lambda};$$

$$\frac{\partial \alpha_{r'}}{\partial n} = \frac{\cos r}{\lambda'},$$

wo λ' die Wellenlänge der Lichtschwingungen im zweiten Mittel und r den Brechungswinkel bedeutet. Nach Formel (2) erhält man für die ponderomotorischen Wirkungen dieser Strahlen folgende Ausdrücke:

$$F_i = \varepsilon_i \lambda \frac{\partial \alpha_i}{\partial n} = -\varepsilon_0 \cos^2 i;$$

$$F_r = \varepsilon_r \lambda \frac{\partial \alpha_r}{\partial n} = -\varrho \varepsilon_0 \cos^2 i;$$

$$F_{r'} = \varepsilon_{r'} \lambda' \frac{\partial \alpha_{r'}}{\partial n} = (1-\varrho)\,\mu \varepsilon_0 \cos i \cos r.$$

Auf diese Weise übt ein Bündel paralleler Strahlen bei der Brechung auf der Trennungsfläche zweier Mittel auf dieselbe einen längs der Normalen zu ihr nach außen gerichteten und

$F = (1-\varrho)\,\varepsilon_0 \cos i\,(\mu \cos r - \cos i) - 2\,\varrho\,\varepsilon_0 \cos^2 i$

gleichen Zug aus. Der letzte Ausdruck zeigt, daß der gesuchte Zug F auf eine andere Weise erhalten werden kann. Wollen wir die auffallende Energie in zwei Teile zerlegen, von denen der eine $\varrho\varepsilon_0$ von der Fläche total reflektiert wird, der andere Teil $(1-\varrho)\,\varepsilon_0$ total gebrochen wird. Die Verschiebung der Fläche längs der Normalen $+n$ nach außen bringt in die ersten und in die zweiten Strahlen folgende Phasenveränderungen hinein

$$\frac{\partial \alpha_r}{\partial n} = -\,2\,\frac{\cos i}{\lambda};$$

$$\frac{\partial \alpha_{r'}}{\partial n} = \frac{\mu \cos r - \cos i}{\lambda} = \frac{1}{\lambda}\left(\sqrt{\mu^2 - \sin^2 i} - \cos i\right).$$

Danach ist der Druck der reflektierten Energie:

$$F_r = -\,2\,\varrho\,\varepsilon_0 \cos^2 i;$$

und der Zug nach außen der gebrochenen Energie:

$$F_{r'} = (1-\varrho)\,\varepsilon_0 \cos i\,(\mu \cos r - \cos i).$$

Mit Hilfe dieser letzten Formel überzeugen wir uns unmittelbar, daß keine Zugwirkungen längs der Trennungsfläche vorhanden sind, da der gebrochene Teil der Energie auf die Fläche keinen seitlichen Zug ausübt, die seitlichen Zugwirkungen aber beim Auffallen und bei der Reflexion des übrigen Teils der Energie sich gegenseitig aufheben. Beim Übergange der Strahlen aus dem zweiten Mittel ins erste wird wieder, wie aus Vorstehendem leicht nachzuweisen ist, ein längs der Normalen nach außen gerichteter und

$F_r = (1-\varrho)^2 \varepsilon_0 \cos i\,(\mu \cos r - \cos i) + 2\,\varrho\,\varepsilon_1 \cos^2 r$

gleicher Zug vorhanden sein, wobei ε_1 die Volumendichte der Energie innerhalb der Platte bedeutet. In diesem Falle zerfällt die Energie nach ihren ponderomotorischen Wirkungen wiederum in zwei Teile; die nach innen des Mittels total reflektierte Energie $\varrho\varepsilon_1$ übt einen normalen Druck nach außen $2\,\varrho\,\varepsilon_1 \cos^2 r$, der total gebrochene Teil $(1-\varrho)^2\,\varepsilon_0$ aber einen normalen

$$(1-\varrho)^2\,\varepsilon_0 \cos i\,(\mu \cos r - \cos i)$$

gleichen Zug aus. Das Vorhandensein zweier normaler Zugwirkungen auf beiden Flächen der Platte ergibt ein gewisses Drehmoment, auf dessen nähere Betrachtung wir wegen Raummangels verzichten. Bisher ließen wir die Einwirkung der wiederholten Reflexionen und Brechungen der Energie innerhalb der Platte unberücksichtigt. Betrachten wir den einfachsten Fall des normalen Auffallens der Strahlen. Die Volumendichte der von der Platte reflektierten Energie wird bekanntlich

$$\varepsilon = \frac{2\varrho}{1+\varrho}\,\varepsilon_0$$

gleich sein, wo ϱ der Reflexionskoeffizient ist. Bei Verschiebungen der Platte in der Richtung ihrer Normalen wird nur in den zurückreflektierten Strahlen eine stetige, $\frac{\partial \alpha}{\partial n} = -\frac{2}{\lambda}$ gleiche Phasenveränderung stattfinden. Auf Grund dessen schließen wir, daß die ponderomotorischen Wirkungen, welche die angeführte Platte erleidet, nur durch die reflektierten Strahlen bedingt werden. Nach der Formel (2) erhalten wir im gegebenen Falle für den Druck F dieser Strahlen

$$F = \varepsilon \lambda \frac{\partial \alpha}{\partial n} = \frac{2\varrho}{1+\varrho}\,\varepsilon_0 \lambda \cdot -\frac{2}{\lambda} = -\frac{4\varrho}{1+\varrho}\,\varepsilon_0.$$

Dasselbe Resultat ist ebenfalls von Prof. D. A. Goldhammer aus der elektromagnetischen Lichttheorie gewonnen worden. Wollen wir noch ein zuerst von dem soeben erwähnten Gelehrten angeführtes und gelöstes Beispiel betrachten.

Ein Bündel paralleler, senkrecht zur Einfallsebene polarisierter Strahlen fällt unter dem Winkel der totalen Reflexion auf eine planparallele Platte. In diesem Falle wird bekanntlich keine Reflexion stattfinden, und die ganze Energie wird nur Brechung erleiden. Die ponderomotorischen Wirkungen dieser Energie werden nach Formel (2) folgende sein:

a) Normale Zugwirkungen nach außen, welche auf beide Plattenflächen einwirken, sich in einem Abstande $l = h \operatorname{tg} r$ befinden und

$$F = \varepsilon \lambda \frac{\partial \alpha}{\partial h} = \varepsilon_0 \cos i\,(\mu \cos r - \cos i)$$

gleich sind, wobei

$$\alpha = \frac{h}{\lambda}(\mu \cos r - \cos i) =$$

$$= \frac{h}{\lambda}\left(\sqrt{\mu^2 - \sin^2 i} - \cos i\right)$$

gleich ist.

b) Ein durch diese Zugwirkungen gebildetes und

$$M = \varepsilon \lambda \frac{\partial \alpha}{\partial i} = F \cdot l = \varepsilon_0 h \cos i \operatorname{tg} r\,(\mu \cos r - \cos i)$$

gleiches Drehmoment.

Außerdem ist im gegebenen Falle

$$\operatorname{tg} i = \mu; \quad \operatorname{tg} r = \frac{1}{\mu}; \quad l = \frac{h}{\mu}.$$

Setzt man diese Werte in die erhaltenen Ausdrücke, so erhält man:

$$F = \frac{\mu^2 - 1}{\mu^2 + 1}\varepsilon_0;$$
$$M = lF = \frac{h}{\mu}\cdot\frac{\mu^2 - 1}{\mu^2 + 1}\varepsilon_0.$$

4. Wollen wir endlich noch einen Fall betrachten.

Eine parallel ihrer Achse abgeschliffene Kristallplatte ist im Bündel paralleler, elliptisch polarisierter, senkrecht zu ihrer Oberfläche auffallender Strahlen placiert. Zu bestimmen ist das von dieser Platte zu erleidende Drehmoment. Wollen wir die Komponenten der elliptischen Schwingungen längs den Achsen X und Y mit

$$X = a\cos 2\pi(\nu t - \varphi);$$
$$Y = b\sin 2\pi(\nu t - \varphi) \qquad (x)$$

bezeichnen. Projizieren wir diese Schwingungen auf Koordinatenachsen, welche mit der Platte stetig verbunden sind, wobei die Achse Ξ längs der optischen Achse der Platte gerichtet ist, so erhalten wir

$$\xi = a\cos\beta\cos 2\pi\left(\nu t - \frac{d}{\lambda_e} - \varphi\right) + b\sin\beta\sin 2\pi\left(\nu t - \frac{d}{\lambda_e} - \varphi\right);$$
$$\eta = -a\sin\beta\cos 2\pi\left(\nu t - \frac{d}{\lambda_0} - \varphi\right) + b\cos\beta\sin 2\pi\left(\nu t - \frac{d}{\lambda_0} - \varphi\right);$$

wobei $\beta = \angle XO\Xi$;

d die Dicke der Platte,

λ_0 die Wellenlänge des ordinären Strahls;

λ_e die Wellenlänge des extraordinären Strahls.

Da wir die Phasenveränderung der Strahlen untersuchen wollen, wobei wir uns selbst im außerhalb liegenden, unbeweglichen Raume befinden, so werden wir die Schwingungen ξ und η auf die vorherigen (unbeweglichen) Koordinatenachsen projizieren müssen. Dann erhalten wir

$$X_1 = \xi\cos\beta - \eta\sin\beta;$$
$$Y_1 = \xi\sin\beta + \eta\cos\beta.$$

Setzen wir hierher die Werte für ξ und η ein, so erhalten wir nach üblichen Umformungen

$$X_1 = R_1\cos 2\pi(\nu t - \alpha_1);$$
$$Y_1 = R_2\sin 2\pi(\nu t - \alpha_2),$$

wobei

$$R_1^2 = a^2 - (a^2 - b^2)\sin^2 2\beta\sin^2\frac{\delta}{2} + ab\sin 2\beta\sin\delta;$$

$$2\pi\alpha_1 = \frac{\left(a\cos\frac{\delta}{2} + b\sin 2\beta\sin\frac{\delta}{2}\right)\sin m - a\cos 2\beta\sin\frac{\delta}{2}\cos m}{\left(a\cos\frac{\delta}{2} + b\sin 2\beta\sin\frac{\delta}{2}\right)\cos m + a\cos 2\beta\sin\frac{\delta}{2}\sin m};$$

$$R_2^2 = b^2 + (a^2 - b^2)\sin^2 2\beta\sin^2\frac{\delta}{2} - ab\sin 2\beta\sin\delta;$$

$$2\pi\alpha_2 = \frac{\left(b\cos\frac{\delta}{2} - a\sin 2\beta\sin\frac{\delta}{2}\right)\sin m + b\cos 2\beta\sin\frac{\delta}{2}\cos m}{\left(b\cos\frac{\delta}{2} - a\sin 2\beta\sin\frac{\delta}{2}\right)\cos m - b\cos 2\beta\sin\frac{\delta}{2}\sin m};$$

$$\delta = 2\pi d\left(\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda_e}\right); \quad m = 2\pi\left(\varphi + \frac{d}{2}\left(\frac{1}{\lambda_0} + \frac{1}{\lambda_e}\right)\right).$$

Daraus finden wir

$$\frac{\partial\alpha_1}{\partial\beta} = \frac{a^2\sin 2\beta\sin\delta + 2ab\sin^2\frac{\delta}{2}}{2\pi R_1^2};$$

$$\frac{\partial\alpha_2}{\partial\beta} = \frac{-b^2\sin 2\beta\sin\delta + 2ab\sin^2\frac{\delta}{2}}{2\pi R_2^2}.$$

Die Drehmomente, welche die Platte unter dem Einfluß der Komponenten X_1 und Y_1 der Lichtschwingungen erleidet, und welche auf die Oberflächeneinheit berechnet sind, werden nach Formel (2)

$$M_x = \varepsilon_x\lambda\frac{\partial\alpha_1}{\partial\beta} = A R_1^2\lambda\frac{a^2\sin 2\beta\sin\delta + 2ab\sin^2\frac{\delta}{2}}{2\pi R_1^2};$$

$$M_y = \varepsilon_y\lambda\frac{\partial\alpha_2}{\partial\beta} = A R_2^2\lambda\frac{-b^2\sin 2\beta\sin\delta + 2ab\sin^2\frac{\delta}{2}}{2\pi R_2^2};$$

gleich sein, wobei $\varepsilon_x = A R_1^2$; $\varepsilon_y = A R_2^2$, da man die Volumendichte der von den Komponenten X_1 und Y_1 der elliptischen Schwingungen

mitgeführten Energie dem Quadrat ihrer Amplitude proportional annehmen kann. Das totale Drehmoment, welches die Platte erleidet, wird also

$$M = M_x + M_y = \varepsilon_1 \frac{\lambda}{2\pi}\left[\left(1 - \frac{b^2}{a^2}\right)\sin 2\beta \sin\delta + 4\frac{b}{a}\sin^2\frac{\delta}{2}\right]$$

gleich sein, wo $\varepsilon_1 = A a^2$ die Volumendichte der Energie der Komponenten X der auf die Platte auffallenden elliptischen Schwingungen (x) ist.

Ist

$$\left(1 - \frac{b^2}{a^2}\right)\sin 2\beta \sin\delta + 4\frac{b}{a}\sin^2\frac{\delta}{2} > 0,$$

so ist das gesuchte Moment nach der Seite der wachsenden β gerichtet.

Wollen wir die möglichen speziellen Fälle betrachten.

a) Die auf die Platte auffallenden Strahlen sind geradlinig polarisiert; dabei ist $b = 0$. Dann ist

$$M = \frac{\varepsilon\lambda}{2\pi}\sin 2\beta \sin 2\pi d\left(\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda_e}\right).$$

Unabhängig von den Werten $\sin 2\pi d\left(\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda_e}\right)$ ist dieses Moment bei $\beta = \varkappa\frac{\pi}{2}$ gleich Null $(\varkappa = 0, 1, 2, \ldots)$.

Im einzelnen Falle bei

$$d\left(\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda_e}\right) = \frac{\varkappa}{2}, \quad \text{ist} \quad M = 0,$$

d. h. eine Platte von einer ganzen Zahl von Halbwellen erleidet seitens der sie passierenden geradlinig polarisierten Strahlen kein Drehmoment.

Bei $\beta = \frac{\pi}{4}$; $d\left(\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda_e}\right) = \frac{2\varkappa + 1}{4}$, hat man

$$M = (-1)^{\varkappa}\frac{\varepsilon\lambda}{2\pi} \cdot \cdot \qquad (3)$$

Ist also ein Nicolsches Prisma mit einer $\frac{1}{4}\lambda$-Platte so verbunden, daß die aus der Platte heraustretenden Strahlen zirkular polarisiert sind, so wird es bestrebt sein, unter der Wirkung dieser Strahlen in stetige Rotation zu kommen, welche der Drehung des Lichtvektors in den erhaltenen, zirkular polarisierten Strahlen entgegengesetzt gerichtet ist.

b) Die auf die Platte auffallenden Strahlen sind zirkular polarisiert; dabei ist $a = b$. Dann ist

$$M = \frac{\varepsilon\lambda}{2\pi}\left[1 - \cos 2\pi d\left(\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda_e}\right)\right],$$

wo $\varepsilon = 2\varepsilon_1$ die Volumendichte der auf die Platte auffallenden Energie ist. Das erhaltene Drehmoment ist vom Azimut β unabhängig, daher die zirkular polarisierten Strahlen die Kristallplatte in stetige Rotation zu versetzen bestrebt sein werden.

Bei

$$d\left(\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda_e}\right) = \frac{2\varkappa + 1}{4}; \qquad \frac{2\varkappa + 1}{2},$$

erhalten wir

$$M_{\frac{\lambda}{4}} = \frac{\varepsilon\lambda}{2\pi}; \qquad M_{\frac{\lambda}{2}} = \frac{\varepsilon\lambda}{\pi}. \qquad (4)$$

Die erhaltenen Drehmomente sind unabhängig vom Vorzeichen der Differenz $d\left(\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda_e}\right)$ und sind nach der Seite der Drehung des Lichtvektors in den auffallenden, zirkular polarisierten Strahlen gerichtet.

Alle diese Drehmomente, welche ich soeben mit Hilfe des Prinzips virtueller Verschiebungen abgeleitet, und welche Kristallplatten in polarisierten Strahlen erleiden, sind auch von Prof. A. J. Sadowsky aus der elektromagnetischen Lichttheorie gewonnen und in seiner Schrift „Ponderomotorische Wirkungen der elektromagnetischen Wellen und Lichtwellen auf Kristallen", Dorpat 1898, veröffentlicht worden.

Für Sonnenstrahlen ist die mittlere Volumendichte der Energie, wie aus den Bestimmungen der Sonnenkonstanten folgt, gleich

$$\varepsilon_0 = 4 \times 10^{-5} \text{ ergs.}$$

Dem sichtbaren Spektrumteil kommt etwa ein Drittel der ganzen Energie zugute; außerdem geht beim Erhalten des polarisierten Lichtes noch eine Hälfte verloren.

Auf diese Weise erhalten wir unter der Voraussetzung, daß eine $\frac{1}{2}\lambda$-Platte keine große Dispersion der doppelten Brechung besitzt, daß

$$M_{\frac{\lambda}{2}} = \frac{\varepsilon\lambda}{\pi} = \text{ca. } 10^{-10} \text{ ergs,}$$

wo $\lambda = 5 \times 10^{-5}$ cm die mittlere Wellenlänge der Lichtschwingungen im sichtbaren Spektrumteil ist. Das berechnete Drehmoment ist so klein, daß es kaum jemals versuchsweise wird wahrgenommen werden können; andererseits steht seine Existenz, ebenso wie das durch die Untersuchungen von P. N. Lebedew, ferner von E. F. Nichols und G. F. Hull bestätigte Bestehen des Luftdrucks, außer Zweifel.

Das Prinzip der Erhaltung der Bewegungsgröße auf elektrodynamische Systeme anwendend, kann man, wie M. Abraham es gezeigt, alle von mir angeführten ponderomotorischen Wirkungen der Strahlung ableiten, mit Ausnahme der Drehmomente, welche $\frac{1}{4}\lambda$- und $\frac{1}{2}\lambda$-Platten in zirkular polarisierten Strahlen erleiden. Bis

heute ist es der Elektrodynamik nicht gelungen, die Existenz der Drehmomente in diesen Strahlen nachzuweisen. Unterdessen können die von mir erhaltenen Drehmomente (3), (4) als Hinweis für die Existenz solcher Momente in den Strahlen selbst dienen, falls wir annehmen, daß das Prinzip der Erhaltung der Bewegungsgrößemomente auch auf Systeme, welche aus gleichartigen Platten bestehen und in ein Bündel paralleler, zirkular polarisierter Strahlen versenkt sind, angewandt werden kann. Auf Grund dieses Prinzips ist es leicht, zu zeigen, daß in diesen Strahlen ein Drehmoment existieren muß, welches nach der Drehungsseite des Lichtvektors in ihnen gerichtet und numerisch $M = \frac{\varepsilon \lambda}{2\pi}$ gleich ist, wo ε die Volumendichte der Energie in diesen Strahlen bedeutet.

St. Petersburg, Physikal. Laboratorium des Elektrotechnischen Instituts.

(Eingegangen 15. September 1911.)

Luftelektrische Beobachtungen in Argentinien. I. Monat Mai.

(Vorläufige Mitteilung[1]).)

Von Georg Berndt.

Die an anderer Stelle[2]) bereits angekündigten luftelektrischen Messungen wurden am 1. Mai in Buenos Aires aufgenommen. Es wurde beobachtet der Ionengehalt mit einem Ebertschen Ionenaspirator, die Leitfähigkeit nach der von mir etwas modifizierten Scheringschen Methode[3]) und das Potentialgefälle mit Hilfe des Lutzschen Flammenkollektors. Ich möchte nicht verfehlen, an dieser Stelle dankend zu erwähnen (was ich zu meinem Bedauern bei der früheren Veröffentlichung vergessen hatte), daß die Beschaffung des Ionenaspirators durch eine Unterstützung des hiesigen Akademisch-Wissenschaftlichen Vereins ermöglicht wurde. Über Aspirator und Kollektor ist das Nähere bereits früher gesagt[2]). Für die Leitfähigkeitsmessungen diente ein umgekehrt aufgehängtes Wulfsches Elektrometer; in die den Bernstein durchsetzende Hülse wurde ein dünner Haken mittels einer zylindrischen gut passenden Verdickung eingesetzt. An diesem wurde eine Kugel von etwa 5 cm Durchmesser mit einem etwa 50 cm langen und 0,13 mm starken Draht aufgehängt. Es war so der Vorteil der Scheringschen Methode gewahrt, daß fast ausschließlich freier Strom herrschte (was durch besondere Versuche bestätigt wurde). Andererseits waren die schwer in Rechnung zu setzenden schwankenden Verluste durch die Aufhängung der Kugel an einem besonderen Isolator vermieden. Jetzt erfolgen die Isolationsverluste ausschließlich im Elektrometer selbst und können in üblicher Weise bestimmt und in Rechnung gesetzt werden.

Da mein Institut — ein einstöckiges Mietshaus — ziemlich im Zentrum von Buenos Aires gelegen und von höheren Gebäuden fast vollständig eingeschlossen ist, war es als Beobachtungsort völlig ungeeignet. Es diente deshalb für die Ionisations- und Leitfähigkeitsmessungen eine luftige, elektrostatisch gut geschützte Veranda in dem von mir bewohnten Hause, ziemlich am Nordrande der Stadt. Die Veranda liegt zur ebenen Erde und stößt gegen Südosten an einen Garten. Die Beobachtung des Potentialgefälles erfolgt auf dem flachen Dach dieses (einstöckigen) Hauses an einer dauernd fixierten Stelle. Die Bestimmung des Reduktionsfaktors geschieht durch gelegentliche gleichzeitige Beobachtung des Potentialgefälles auf einem unmittelbar an das Haus stoßenden genügend großen freien Platze. Hier dient zur Messung ein Conradscher Wassertropfkollektor (von Spindler & Hoyer, Göttingen); als Elektrometer wird das sonst zur Bestimmung der Leitfähigkeit benutzte Instrument verwendet.

Bei dem absoluten Mangel an Mitarbeitern oder für wissenschaftliche Arbeit interessierten Schülern bin ich gezwungen, sämtliche Beobachtungen allein anzustellen, abgesehen von gelegentlichen Unterstützungen durch meine Familienmitglieder. So muß ich mich auf dreimalige tägliche Beobachtungen beschränken, die — wegen der sonstigen amtlichen Verpflichtungen — in der Regel von $7-8^h$ a. m., $1^1/_2$ bis $2^1/_2{}^h$ p. m. und $7^1/_2$ bis $8^1/_2$ p. m. (für das Potentialgefälle um 8^h a. m., 2 p. m. und 8^h p. m.) erfolgen. Gleichzeitig mit den elektrischen Größen werden beobachtet: Barometerstand an einem Aneroidbarometer, Temperatur an einem Quecksilberthermometer, relative Feuchtigkeit an einem Haarhygrometer, Bewölkung, Transparenz, Windrichtung und -stärke nach Schätzung. Das Barometer wird nach den Angaben in der täglich von der Officina Meteorológica herausgegebenen Wetterkarte korrigiert, die sich auf 8^h a. m. beziehen und auf 0^0 und Meeresniveau reduziert sind. Die Fehler des Quecksilberthermometers sind nach Vergleich mit einem in der Physik.-Techn. Reichsanstalt geeichten zu vernachlässigen. Beim Haarhygrometer wird von Zeit zu Zeit der

1) Die ausführliche Mitteilung soll später im Zusammenhange mit weiteren Beobachtungen an anderer Stelle erscheinen.

2) G. Berndt, diese Zeitschr. **12**, 857, 1911.

3) H. Schering, Diss., Göttingen 1904. Ann. d. Phys. **20**, 174, 1906.

100-Punkt kontrolliert; außerdem bieten die Angaben der Wetterkarte eine gewisse Kontrolle. Die Bewölkung wird in 8 Stufen geschätzt (0 unbedeckt, 8/8 völlig bedeckt). Die Transparenz wird mit 0 bezeichnet, wenn ein ca. $3^1/_2$ km entfernter Schornstein, mit 1, wenn eine etwa $^1/_2$ km entfernte Gruppe von Eukalyptusbäumen völlig klar erscheinen. Bei 2 sind diese schon unklar (in der Regel Dunst), 3 entspricht leichtem und 4 starkem Nebel. Die Schätzung der Windrichtung erfolgt nach einer auf dem Dach aufgezeichneten Windrose, die der Windstärke nach der Bewegung der Bäume in 10teiliger Skala[1]). — Die Elektrometer werden von Zeit zu Zeit mit Hilfe von 2 Krüger-Batterien (von Spindler & Hoyer, Göttingen) geeicht.

Wenn ich die Beobachtungen des Monats Mai jetzt schon allein veröffentliche, so sind dafür mehrere Gründe maßgebend. Erstens ist unsere Kenntnis der luftelektrischen Verhältnisse auf der südlichen Halbkugel sehr gering. An bisher veröffentlichten ausgedehnten Beobachtungsreihen haben wir meines Wissens nur die des Potentialgefälles in Batavia[2]). Gelegentliche Beobachtungen (soweit sie zu meiner Kenntnis gekommen) sind angestellt von Figee[3]) in Batavia bei der Sonnenfinsternis von 1901 (Zerstreuung), von Dike[4]) auf der Kreuzfahrt der „Galilee" im großen Ozean (Leitfähigkeit), von Pollock[5]) in Sidney (Ionengehalt), von Rouch[6]) auf der Petermanninsel (Leitfähigkeit und Potentialgefälle) und von Knoche[7]) in einem Hochtal der bolivianischen Hochkordilliere (Ionisierung, Leitfähigkeit und Potentialgefälle). Die Messungen von Figee, Dike und Knoche sind unter außergewöhnlichen lokalen oder sonstigen Bedingungen angestellt und sind daher nicht als allgemeingültig anzusprechen. Pollock findet in Sidney eine außerordentlich geringe Zahl (39 bezw. 38) von leicht beweglichen Ionen (Geschwindigkeit etwa 1,5 cm/sec Volt/cm), dagegen 200 bis 1000 mittlerer Beweglichkeit (v ca. $^1/_{100}$) und etwa 2000 träge Ionen (v ca. $^1/_{3000}$). Diese Resultate sind so außergewöhnlich, daß sie zunächst einmal einer Nachprüfung bedürfen, ehe man erkennen kann, wie weit lokale oder sonstige Einflüsse daran beteiligt sind. Es bleiben somit nur die Beobachtungen von Rouch auf der Petermanninsel (65° 10′ s. Br. und 66° 34′ w. L.), die sich über 10 Monate erstrecken und für die Leitfähigkeit Werte von 3,16 bis $7{,}22 \cdot 10^{-4}$ ergaben. Für das Potentialgefälle kann ich leider die Werte nicht angeben, da mir die Originalveröffentlichung nicht zugänglich ist, doch beobachtet er das Minimum im Juni, also im Winter der südlichen Halbkugel (gleichzeitig hat er ein Maximum). Die Monatsmittel für Batavia schwanken zwischen 49 und 359 (in verschiedenen Jahren), die Jahresmittel zwischen 79 und 238.

Ein weiterer Grund, welcher mich zur Veröffentlichung veranlaßt, ist der, daß der Mai dem Ende des hiesigen Herbstes entspricht. Zufällig änderten sich die meteorologischen Bedingungen ziemlich plötzlich, so daß man den Mai in eine Sommer- und Winterperiode zerlegen kann (1. bis 20. und 21. bis 31.). Ferner ist es mir aus den oben angegebenen Gründen leider nicht möglich, die Leitfähigkeitsbeobachtungen noch weiter regelmäßig fortzusetzen, sondern ich muß mich in Zukunft auf einige freie Tage beschränken.

In der Tabelle gebe ich die Tagesmittel wieder. Es bedeuten E_+ und E_- die positive und negative Ionisierung, U die Differenz, $E_+ - E_-$ n_+ und n_- die positive und negative Ionenzahl pro cm³ (berechnet unter Annahme des Wertes 4,89 für das elektrische Elementarquantum[1]), S die Summe $n_+ + n_-$, u die Differenz $n_+ - n_-$, Q den Quotienten n_+/n_- bezw. E_+/E_-, λ_+ und λ_- die Polaren, λ die Gesamtleitfähigkeit, q den Quotienten λ_+/λ_-, v_+ und v_- die spezifischen Ionengeschwindigkeiten, q' den Quotienten v_-/v_+, i und I die Dichte des vertikalen Leitungsstromes in ESE./cm² bezw. Amp/cm², F das Potentialgefälle in Volt/m, b Barometerstand, t Temperatur, f rel. Feuchtigkeit, B Bewölkung, T Transparenz, W Windrichtung[2]) und St Windstärke. In der letzten Spalte finden sich einige notwendige Bemerkungen; ein Stern bedeutet, daß der Tag luftelektrisch als anormal zu betrachten ist (wegen Gewitter, Niederschlägen, Nebel oder dichten Stratus- oder Nimbuswolken).

Wo die Angaben für F fehlen, reicht der Meßbereich des Elektrometers nicht aus; er wurde — im Laufe des Monats — dadurch erweitert, daß die Stange des Flammenkollektors in zwei Teile zerlegbar gemacht wurde, und später noch dadurch, daß ein Wulfsches Elektrometer mit Hilfskonduktor verwendet wurde, das durch Anlegung eines geeigneten

1) Müller-Pouillets Lehrbuch der Physik und Meteorologie, 10. Aufl., Bd. III, S. 844, 1907.

2) Annalen des Observatoriums zu Batavia seit 1886; s. auch Mache und Schweidler, Die atmosphärische Elektrizität, 1909.

3) S. Figee, diese Zeitschr. **5**, 803, 1904.

4) H. Dike, Terr. Magn. **13**, 119, 1908.

5) J. A. Pollock, Le Radium **6**, 129, 1909; Science **29**, 919, 1909.

6) M. Rouch, C. R. **151**, 225, 1910.

7) W. Knoche, diese Zeitschr. **12**, 179, 1911.

1) R. A. Millikan und H. Fletcher, diese Zeitschr. **12**, 161, 1911.

2) Das Zeichen M bedeutet Mallung = Wind wechselnder Richtung.

Datum	E_+	E_-	U	n_+	n_-	S	u	Q	$\lambda_+ \cdot 10^4$	$\lambda_- \cdot 10^4$	$\lambda \cdot 10^4$	q	v_+	v_-	q'	$i \cdot 10^6$	$\mathcal{J} \cdot 10^{13}$	F	b	t	f	B	T	W	St	Bemerkungen
1. Mai	0,353	0,375	−0,022	723	767	1490	− 44	0,93	0,95	1,00	1,95	0,96	0,95	0,89	1,00	0,52	0,17	+ 81	707,6	15,3	91,3	*o*	0	NNO	2	
2. „	302	202	0,010	618	598	1216	20	1,04	73	0,91	1,64	0,88	86	1,02	24	39	13	70	63,8	16,2	86,3	1/8 *Ci St*	0—1	N	3	[ker Regen.
3. „	351	388	−0,037	720	794	1514	− 74	0,93	78	1,31	2,09	*0,67*	74	1,14	59				55,8	18,1	87,3	7/8 *Cu Ni*	0—1	NW	4	* Gewitter u. star-
4. „	192	130	0,062	393	267	660	126	1,48	47	0,42	0,89	1,13	75	1,03	46				58,0	15,7	92,8	7/8 *Ni*	2	OSO	2	* Wetterleuchten.
5. „	232	319	−0,087	475	674	1149	−199	0,78	29	45	0,74	0,87	48	0,48	01				59,5	14,2	77,3	7/8 *Ci Ni*	2	OSO	3	*
6. „	350	276	0,074	715	564	1279	151	1,33	76	69	1,45	1,17	75	87	18	70	23	156	59,0	15,2	77,8	2/8 *Ci St*	0	NO	2	
7. „	236	268	−0,032	479	548	1027	− 69	0,81	44	52	0,96	0,99	75	64	0,92	41	14	123	58,1	15,2	87,2	6/8 *Ci St*	1	N	2	* Dunst und Nebel.
8. „	304	309	0,025	744	632	1376	112	1,35	36	47	0,83	0,68	35	82	1,94				63,0	10,9	71,8	5/8 *Ci St*	1	SO	1	
9. „	228	220	0,008	467	451	918	16	1,06	53	43	0,96	2 24	68	56	0,85				58,5	14,1	80,7	6/8 *Ci St*	2	SO	2	*
10. „	203	199	0,004	416	408	824	8	1,02	44	51	0,95	0,96	70	86	1,12	26	09	76	55,4	19,3	93,0	4/8 *Cu*	1	N	1	
11. „	146	199	−0,053	299	407	706	− 108	0,89	25	32	0,67	1,12	73	57	*0,78*	27	09	111	58,3	18,8	96,0	3/8 *Cu St Ni*	1	NO	2	*
12. „	120	*087*	0,033	245	*178*	423	67	1,38	30	20	1,50	1,42	78	76	1,01	25	03	157	59,2	16,9	97,3	8/8 ***Ni***	3	SO	3	* Nebel u. Regen.
13. „	164	195	−0,031	357	399	736	− 62	1,08	41	80	1,21	0,83	86	1,32	80	−09	− 03	*22*	58,8	15,8	95,7	8/8 ***Ni***	2	OSO	4	* Regen; Gewitterböen.
14. „	237	231	0,006	484	473	957	11	1,08	58	68	1,26	0,82	79	1,02	38	66	22	183	*52,8*	15,8	95,7	8/8 ***Ni***	2	NO	2	* Regen, Gewitter.
15. „	371	311	0,060	760	637	1397	123	1,21	1,06	1,04	2,10	1,07	99	1,16	17	1,05	35	152	59,1	14,0	82,7	8/8 ***Ni***	1	SO	5—6	* Regen.
16. „	225	215	0,010	462	441	903	21	1,08	0,46	0,42	0,88	1,02	65	0,68	09	0,36	12	133	65,6	11,5	81,2	2/8 *Ci*	1	SW	1—2	
17. „	269	243	−0,034	428	497	925	− 69	0,85	60	69	1,29	0,93	97	91	0,93	51	17	159	66,5	14,0	82,2	2/8 *Ci*	1	S	3	
18. „	323	258	0,065	662	528	1190	134	1,41	61	62	1,23	0,86	55	74	2 01	60	20	226	68,9	12,8	78,3	1/8 *Ci St Cu*	1	NO	2	* Dunst.
19. „	257	208	0,049	528	425	953	103	1,24	82	65	1,47	1,16	101	1,04	1,08	34	11	67	67,4	14,1	81,8	6/8 *Cu*	1	NO	2	
20. „	222	212	0,010	454	434	888	20	1,08	51	61	1,12	0,84	0,78	1,03	28	49	16	135	69,4	13,3	79,2	5/8 *Cu*	1	SW	1	* Regen.
21. „	328	318	0,010	672	651	1323	21	1,06										191	70,0	8,1	72,8	1/8 *Cu*	1	S	1	
22. „	254	214	0,040	519	460	979	59	1,14	24	24	4,48	1,01	*29*	0,33	12	42	14	176	68,5	*6,9*	78,8	*o*	2	S	2	* Dunst, Nebel.
23. „	220	233	−0,013	450	476	926	− 26	0,95	62	63	1,25	0,96	94	93	0,98	49	16	123	67,7	10,1	86,7	4/8 *Cu*	1	N	*o*	
24. „	318	261	0,056	657	548	1205	109	1,21	81	68	1,49	1,21	91	91	1,00	45	15	89	61,6	11,3	85,7	5/8 *Ci St Cu*	1	NO	3	*
25. „	145	155	−0,010	297	318	615	− 21	1,01	23	*19*	0,42	1,13	49	40	0,84	18	06	182	63,2	12,1	88,7	8/8 ***Cu Ni***	2	N	1	* Regen.
26. „	*096*	102	−0,006	*196*	209	*405*	− 13	0,96	*16*	28	0,44	0,78	61	93	1,14				63,2	9,6	95,7	8/8	4	M	1	* Dichter Nebel.
27. „	355	287	0,068	726	590	1316	130	1,28	35	29	0,64	1,27	33	36	04	35	12	234	67,1	10,2	78,5	*o*	1—2	SO	1	Dunst.
28. „	238	226	0,012	423	463	956	30	1,06	23	20	0,43	1,11	*29*	*28*	01	40	13	251	70,3	7,3	74,5	1/8 *Ci St*	1	M	1	Dunst.
29. „	214	196	0,018	438	403	841	35	1,12	21	26	0,47	0,90	32	40	30	23	08	168	71,5	7,3	81,3	*o*	1	M	1	Dunst.
30. „	313	277	0,036	641	568	1209	73	1,03	48	52	1,00	0,85	59	72	21	20	07	80	67,2	10,0	76,7	*o*	1	NW	2	
31. „	223	205	0,018	456	420	876	36	1,12	21	20	*0,41*	1,06	31	32	06	26	09	302	66,1	10,9	82,0	5/8 *Cu*	3	M	0—1	* Nebel.
I. Sämtliche Tage.																										
Mittel	0,251	0,259	0,012	514	491	1005	23	1,09	0,50	0,54	1,04	1,06	0,67	0,77	1,18	0,40	0,13	+176	763,2	13,1	84,4	4/8	1—2		2	7 Regentage.
Sommer-periode	0,254	0,246	0,008	521	506	1027	15	1,10	0,57	0,64	1,21	1,03	0,76	0,88	1,24	0,45	0,15	+165								
Winter-periode	0,246	0,226	0,020	504	464	968	40	1,09	0,35	0,35	0,70	1,03	0,51	0,56	1,07	0,35	0,11	+196								
II. Normale Tage.																										
Mittel	0,281	0,261	0,020	575	535	1110	40	1,10	0,54	0,56	1,10	0,99	0,67	0,75	1,16	0,40	0,13	+154								
Sommer-periode	0,283	0,264	0,019	579	542	1121	37	1,09	0,64	0,67	1,31	0,97	0,78	0,89	1,20	0,44	0,15	+138								
Winter-periode	0,278	0,256	0,022	570	525	1095	45	1,10	0,32	0,38	0,70	1,02	0,49	0,54	1,11	0,33	0,11	+175								
III. Beobachtungen an anderen Orten und meteorologische Mittelwerte.																										
	0,13 bis 0,61	0,07 bis 0,42	0,069 bis 0,116					1,07 bis 2,16			0,5 bis 4,44	1,02 bis 1,14	0,83 bis 1,40	0,90 bis 1,75	1,13	0,51 bis 0,66	0,17 bis 0,22	53 bis 242	760,6	13,3	82,3	4/8				4 Regentage.

Potentials an diesen die Herstellung fast jeden Meßbereiches erlaubt. Da es nicht angängig war, bei der Mittelbildung gerade die hohen Potentialwerte zu vernachlässigen, wurde ein Wert von 300 Volt/m für diese Tage angenommen. Dagegen wurde für den 3./V. F gleich 0 gesetzt, da die schnell wechselnden positiven und negativen Werte sich ziemlich aufheben. Für i und I wurden die betreffenden Tage nicht mitgezählt, da es sich bei den Stromdichten nicht um extreme Werte handelt und um unsichere Schätzungen nach Möglichkeit zu vermeiden. Die Beobachtung der Leitfähigkeit mußte am 21./V. aus besonderen Gründen unterbleiben.

Zum Schluß der Tabelle folgen die Mittel aller Tage und die Mittel für die Sommer- und Winterperiode getrennt, sowie die analogen Mittel unter ausschließlicher Berücksichtigung der normalen Tage. Darunter habe ich die Werte vermerkt, wie sie an anderen Orten erhalten wurden[1]) und ferner die meteorologischen Mittelwerte aus dem Durchschnitt verschiedener Jahre[2]).

Aus der Tabelle folgt, daß der Mai 1911 in meteorologischer Hinsicht etwa dem durchschnittlichen Typus entspricht, nur waren b und f etwas größer, auch überschritt die Zahl der Regentage mit 7 den durchschnittlichen Wert von 4.

Die Werte von E und n entsprechen etwa mittleren Werten, wie sie auch an anderen Orten beobachtet wurden; U (bezw. u) und die durch Q ausgedrückte Unipolarität ist sehr klein. Die Werte von λ und damit auch die von v und i sind auffallend gering, während q' sich dem Werte 1,13 nähert. Ob diese kleinen Werte durch die Methode verursacht sind (für ruhende oder mäßig bewegte Luft gilt die von Riecke[3]) entwickelte Theorie nicht streng), läßt sich schwer entscheiden; einige Beobachtungen von v nach der Macheschen Methode haben bis jetzt nicht zu ganz eindeutigen Ergebnissen geführt, da der Ionengehalt sich oft plötzlich sehr stark ändert[4]) (auch in der Mittagszeit, wo Störungen durch Kondensation ausgeschlossen sein sollten). Auf jeden Fall dürften aber die Werte von λ, v und i unter sich vergleichbar sein, auch wenn die Absolutwerte noch einer Korrektion bedürfen sollten. Es ergibt sich ferner, daß i durchaus nicht konstant ist, sondern selbst an normalen Tagen ziemlich starken Schwankungen unterliegt. F entspricht etwa einem mittleren Werte.

Die Berücksichtigung der normalen Tage allein ergibt für E, n, S, U (u), λ etwas höhere, für q und F etwas kleinere Werte, während die für v, i, I, q' und Q unverändert bleiben. In der Sommerperiode sind E und n etwas, λ und v bedeutend größer und ist F etwas kleiner als in der Winterperiode, in der Übereinstimmung mit den Beobachtungen auf der nördlichen Halbkugel, aber im Gegensatz zu den Resultaten von Rouch[1]).

Aus den Mitteln der (hier nicht mitgeteilten) Einzelbeobachtungen folgt, daß E, n, U, λ und i um 2^h p. m. ein Maximum besitzen, während F gleichzeitig ein Minimum aufweist. v und Q haben ihre größten Werte morgens, q abends. Im allgemeinen sind also die Resultate in Einklang mit den in Europa erhaltenen; auffallend ist die Lage des Maximums von v, und daß auch i eine tatsächliche Periode aufweist.

In bezug auf die Abhängigkeit von den meteorologischen Faktoren ergeben sich aus den Einzelbeobachtungen folgende Resultate:

1. Mit wachsendem b nehmen die spez. Ionengeschwindigkeiten ab, während die übrigen Größen keinen Zusammenhang mit dem Barometerstande zeigen.

2. Bei sinkendem Barometer sind n, λ und v größer, F kleiner als bei steigendem.

3. λ und v wachsen mit wachsender Temperatur; bei n tritt dieser Zusammenhang nicht so klar hervor; F nimmt ab.

4. Bei großer Feuchtigkeit haben n und i kleinere, v größere Werte als bei kleinem f; letzteres Resultat scheint auch für λ zu gelten. Auch q ist bei großem f größer, veranlaßt durch die hauptsächlich an den neg. Ionen erfolgende Kondensation. Für F ist der Zusammenhang nicht ganz klar, doch scheint er mit wachsendem f abzunehmen. Dieses von sonstigen Ergebnissen abweichende Verhalten von λ, v und F erklärt sich vielleicht aus einer Verringerung des sonst großen Staubgehaltes durch die Feuchtigkeit; es würde dann die Zunahme von v durch Verringerung des Staubgehaltes die durch das Anwachsen der Feuchtigkeit verursachte Abnahme von v überwiegen.

5. Bei starker Bewölkung hat v große Werte; für die übrigen Größen ergibt sich kein Zusammenhang.

6. Je besser die Transparenz, um so größer

1) Mache und Schweidler, Die atmosphärische Elektrizität, 1909.

2) G. Davis, Clima de la República Argentina, 1902.

3) E. Riecke, Ann. d. Phys. **12**, 52, 1903.

4) Z. B. erhielt ich einmal in aufeinander folgenden Beobachtungen folgende Voltverluste dV in 5 Min.:
Machescher Vorschaltkondensator;

		dV	Diff.
innere Elektrode	Potential 0	4,4	1,5
" "	" −14,6	2,9	
" "	" +14,6	2,4	0,3
" "	" 0	2,7	
" "	" 0	1,9	

1) M. Rouch, l. c.

sind n, λ, v und i, während F sich umgekehrt verhält.

7. Große Werte von n, λ, v und i treten bei N-, NO- und O-Winden auf, das sind solche, die vom breiten Río de la Plata kommen und somit ziemlich staubfreie Luft mit sich führen. Ein anderer Grund dafür dürfte sein, daß diese Winde meist eine Temperatursteigerung bewirken. Die kleinsten Werte beobachtet man bei SO- und S-Winden, die über die ganze Stadt hinstreichen und sich so mit Staub- und Rußteilchen laden; sie bewirken ferner Temperaturerniedrigung. F zeigt durchweg das entgegengesetzte Verhalten.

8. n, λ, v und i wachsen mit wachsender Windstärke, besonders λ und in noch stärkerem Maße v, während F abnimmt.

9. n, λ und v haben große, i hat kleine Werte bei niedrigem Potentialgefälle.

Im allgemeinen befolgt also F den entgegengesetzten Gang wie Ionisierung und Leitfähigkeit.

Aus alledem folgt, daß es hauptsächlich Sinken des Barometers und Insolation, also die Bodenatmung ist, welche große Werte des Ionengehaltes liefert und somit die ständige Ersetzung der durch Wiedervereinigung, Molisierung und Leitungsstrom verbrauchten Ionen bewirkt, in Einklang mit der Ebertschen Theorie.

Die Beobachtungen des Ionengehaltes und des Potentialgefälles sollen regelmäßig fortgesetzt werden, um ein umfangreicheres Material zum Studium der luftelektrischen Verhältnisse in Argentinien zu liefern. Auch Beobachtungen über Niederschlagselektrizität, Emanationsgehalt u. ä. sollen sich später anschließen.

Buenos Aires, Instituto de Física del Instituto Nacional del Profesorado Secundario, Juni 1911.

(Eingegangen 4. Juli 1911.)

Bestimmung der Umwandlungstemperaturen des Ammoniumnitrats.

Von Karl Vogt.

Seit der Entdeckung der Polymorphie durch Mitscherlich im Jahre 1821[1]) ist das Ammoniumnitrat, das nach den neueren Untersuchungen in einem Intervall von 150° fünf verschiedene Kristallformen annimmt, ein oft verwandtes Studienobjekt für diese Erscheinung und an ihm wurde die Entdeckung gemacht[2]), daß die Umwandlung bei einem genau definierten, vom Drucke abhängigen Temperaturpunkt, der Umwandlungstemperatur eintritt.

1) Ann. chim. phys. **19**, 415, 1822; **24**, 264, 1823.
2) O. Lehmann, Diss. 1876; Z. f. Krist. 1, 105, 1877; s. a. Molekularphysik 1, 153.

Es liegen deshalb zahlreiche Bestimmungen der Umwandlungstemperaturen des Ammoniumnitrats vor, die indes manchmal erheblich voneinander abweichen. Um gute Resultate zu erhalten, ist es notwendig, daß die beiden Modifikationen, deren Umwandlungspunkt bestimmt werden soll, bei der Untersuchung gleichzeitig und in möglichst guter Berührung zugegen sind; andernfalls bleibt leicht eine Modifikation auch jenseits des Umwandlungspunktes innerhalb mehrerer Celsiusgrade in metastabilem Zustand bestehen. Man erhält dann „Grenztemperaturen", die je nach der Behandlung des untersuchten Präparates variieren. Von den angewandten Untersuchungsmethoden schließen einige die gleichzeitige Anwesenheit beider Modifikationen aus, führen also zu Grenztemperaturen, z. B. die Messung der Erwärmungs- und Abkühlungsgeschwindigkeiten, die Messung der Volumina einer Substanzmenge vor und nach der Umwandlung und die Änderung der Löslichkeit. Andere Methoden lassen die Anwesenheit beider Modifikationen zu, z. B. die Beobachtung der Änderung der Doppelbrechung, die Beobachtung des Gleichgewichts zwischen den beiden Modifikationen mit dem Dilatometer [Methode von van't Hoff[1])]. Mittels der beiden letzten Methoden bestimmte ich die 3 Umwandlungspunkte des Ammoniumnitrats über 0°, den unter 0° durch Messung der Erwärmungs- und Abkühlungsgeschwindigkeiten.

Für die dilatometrischen Messungen diente ein Thermostat aus zwei zylindrischen, dünnwandigen Messinggefäßen mit Deckeln, von denen das kleinere mit 5 cm allseitigem Abstand in das größere gesetzt werden konnte. Als Badflüssigkeit wurde Leinöl verwendet. Die Heizung geschah durch einen in der Mitte des Bades befindlichen röhrenförmigen Heizkörper aus dünnem Messingblech, in welchem sich, durch Asbest isoliert, 4 Neusilberspiralen befanden. Beim Anheizen des Bades wurden sie parallel mit einer Akkumulatorenbatterie von 65 Volt Spannung verbunden, zum Konstanthalten der Temperatur je nach Erfordernis hintereinander oder in Gruppen.

Durch einen turbinenartigen Rührer mit elektrischem Antrieb wurde das Bad stets so stark gerührt, daß die Temperaturdifferenzen unter 0,01° blieben.

Die verwendeten Thermometer waren in $^1/_{10}$° geteilt und von der Physikalisch-technischen Reichsanstalt geprüft. Sie wurden zur Berechnung der Fadenkorrektur mit einem kühlerartigen, wasserdurchströmten Glasmantel ver-

1) van't Hoff Vorl. über phys. Chem., 2. Aufl., 1901, 1. Heft, S. 17.

sehen, durch welchen der herausragende Faden auf gleicher Temperatur gehalten wurde. Die hundertstel Grade wurden mit Hilfe einer Lupe geschätzt.

Das verwendete Dilatometer van't Hoffscher Form bestand aus einem zylindrischen Reservoir aus Normalglas von etwa 1 cm Weite und 12 cm Länge und trug am einen Ende einen Füllansatz, am anderen Ende eine etwa 70 cm lange Kapillare. Letztere war je nach Erfordernis 0,6 mm oder 0,2 mm weit und entweder genau kalibriert oder auf erhebliche Kaliberfehler geprüft. Zur Ablesung der Flüssigkeitsstände wurde an die Kapillare eine Skala aus Millimeterpapier geklebt.

Nach sorgfältiger Reinigung und Trocknung des Reservoirs wurde dasselbe mit reinstem getrockneten und gepulvertem Ammoniumnitrat gefüllt, der Füllansatz abgeschmolzen und das ganze Dilatometer mit einem durch fraktionierte Destillation von Petroleum gewonnenen Öl vom Siedepunkt 240—250° vollständig gefüllt.

Für die Hauptversuche wurde das Bad auf eine Temperatur gebracht, die niedriger war als das Mittel von in Vorversuchen gefundenen Grenztemperaturen. Durch separates Erwärmen des Dilatometers wurde das Präparat auf halbe Umwandlung eingestellt, so daß beide Modifikationen in ungefähr gleicher Menge vorhanden waren und nach geeigneten Zeiten der Dilatometerstand abgelesen. Der Umwandlungspunkt gab sich durch konstante Höhe der Flüssigkeitssäule zu erkennen. Nachstehend sei eine dieser Messungen wiedergegeben.

Zeit	Temperatur (unkorr.)	Flüssigkeitsstand
3^{20}	32,38	494,0
3^{30}	32,37	493,8
3^{40}	32,37	493,8
3^{50}	32,38	493,8
4^{00}	32,39	494,0
4^{10}	32,39	494,1
4^{20}	32,38	493,8
4^{30}	32,40	493,8
4^{40}	32,41	494,0
4^{50}	32,40	494,2
5^{00}	32,40	494,0
5^{10}	32,40	494,0
5^{20}	32,40	494,0

Sie ergibt, von kleinen Schwankungen infolge von Temperaturänderungen abgesehen, vollkommene Konstanz des Dilatometerstandes.

Die gesamten Daten für den Umwandlungspunkt bei 33° lauten:

Temp.	32,16	Rückgang	3,0 mm	in	90	Min.
„	32,28	„	0,5 „	„	70	„
„	32,39	„	0,0 „	„	100	„
„	32,50	Steigung	0,6 „	„	75	„
„	32,64	„	5,3 „	„	60	„

Hierbei sind infolge von Fadenkorrektion und Kaliberfehler sämtliche Thermometerablesungen um 0,12° zu erhöhen. Der Umwandlungspunkt liegt daher bei 32,5°, die Fehlergrenze beträgt ±0,05°. W. Schwarz[1]) erhielt durch Beobachtung der Änderung der Doppelbrechung 32,4°, der Erwärmungs- und Abkühlungsgeschwindigkeiten 31—35°.

Ganz in derselben Weise wurde der Umwandlungspunkt zwischen 120 und 125° bestimmt. Es ergab sich bei den korrigierten Temperaturen von

125,13° ein Rückgang von 1,7 mm in 5 Min.
125,25° „ Steigen „ 2,9 „ „ 8 „

woraus 125,2 ± 0,06° als Umwandlungstemperatur folgt.

W. Schwarz ermittelte 125,6° aus der Änderung der Doppelbrechung und 123,5—125,5° aus den Erwärmungs- und Abkühlungsgeschwindigkeiten.

Schwieriger war die Bestimmung der Umwandlung zwischen 81 und 86°. Infolge der sehr großen Geschwindigkeit dieser Umwandlung mußte hier nach einer etwas veränderten Methode gearbeitet werden. Nachdem das Bad auf konstante Temperatur gebracht worden war, wurde das Dilatometer vorsichtig erhitzt, bis ungefähr die Hälfte der Substanz umgewandelt war, in den Thermostaten gebracht und gewartet, bis der Flüssigkeitsstand stationär geworden war. Sodann wurde es durch Herausheben aus dem Bad langsam abgekühlt und die Bewegung der Sperrflüssigkeit in der Kapillare beobachtet. Hatte sich die Substanz ganz in die obere Modifikation umgewandelt, so trat jetzt Rückumwandlung ein, erkennbar an einem kurzen Steigen der Sperrflüssigkeit. Derselbe Versuch wurde sodann bei derselben Badtemperatur nochmals ausgeführt, jedoch das Dilatometer vor dem Einbringen in das Bad durch langsames Abkühlen der oberen Modifikation auf halbe Umwandlung eingestellt. Die Resultate der beiden zusammengehörigen Versuche waren stets dieselben.

In dieser Weise wurde ermittelt, daß bei 82,16° die untere, bei 82,36° die obere Modifikation stabil ist. Die Umwandlungstemperatur beträgt daher 82,26 ± 0,10°. Schwarz findet aus der Änderung der Doppelbrechung 82,8, aus den Erwärmungs- und Abkühlungsgeschwindigkeiten 82,5—82,6°.

Für die Beobachtung der Umwandlungstemperaturen mit Hilfe der Änderung der Doppel-

1) W. Schwarz, Beiträge zur Kenntnis der umkehrbaren Umwandlungen der polymorphen Körper, Preisschrift Göttingen 1892.

brechung stellte mir Herr Geheimrat Lehmann sein eigenes Heizmikroskop[1]) zur Verfügung.

Die verwendeten Mikroskoppräparate wurden jeweils möglichst dick gemacht, da in dünnen Präparaten die Umwandlung in der Nähe des Umwandlungspunktes erfahrungsgemäß sehr langsam oder gar nicht fortschreitet. Das Bad des Ölmikroskops wurde auf eine Temperatur gebracht, die etwas niedriger war als die vorher gefundene Umwandlungstemperatur und durch Berühren mit einem elektrisch geheizten Platindraht in dem Präparat an einer Stelle lokal die andere Modifikation hervorgerufen. Bei sehr langsamem Erwärmen und Abkühlen wurde die Trennungslinie zwischen den Modifikationen beobachtet und die Temperaturen ermittelt, bei denen diese stillstand, bezw. sich eben nach der einen oder andern Richtung bewegte. Die so ermittelten Umwandlungstemperaturen waren:

32,5—	32,9°	im Mittel	32,7°
83,7—	84,2°	„ „	83,9°
125,3—125,5°		„ „	125,4°

Da nach besonderen Messungen im Bad Temperaturdifferenzen bis etwa 0,3° vorkommen, so ist die Übereinstimmung mit den früher erhaltenen Werten für den Umwandlungspunkt bei 32° und den bei 125° als befriedigend anzusehen. Unerklärt bleibt die auffällige Differenz von über $1^1/_2{}^0$ bei dem bei 82° gelegenen Umwandlungspunkte.

Da für Messungen unter 0° die beiden benutzten Apparate nicht geeignet waren, so wurde für die Bestimmung des tiefsten Umwandlungspunktes die Methode der Erwärmungs- und Abkühlungsgeschwindigkeiten versucht. Sie beruht auf der Tatsache, daß bei gleichmäßiger Erwärmung bezw. Abkühlung des Präparates am Umwandlungspunkt die Temperatur bis zur vollständigen Umwandlung konstant bleibt.

Es wurde in ein Reagenzglas etwa 10 g des Salzes geschüttet und in die Mitte die eine Lötstelle eines Thermoelements gebracht, dessen andere Lötstelle auf 0° gehalten war. Das Reagenzglas hing in einem kleinen Becher mit Rührer, der Alkohol enthielt. Dieser wurde von außen durch eine Mischung von fester Kohlensäure und Äther gekühlt. Nach erfolgter Umwandlung wurde die Mischung entfernt, so daß der Alkohol sich erwärmte und Rückumwandlung eintrat. Die Temperaturen wurden durch den Ausschlag eines Spiegelgalvanometers mittels Fernrohr und Skala gemessen. Es ergab sich die Umwandlungstemperatur zu — 16,6°, die allerdings der metastabilen Zustände wegen ungefähr auf 1° unsicher ist.

1) Beschrieben in: O. Lehmann, Das Kristallisationsmikroskop etc., S. 71 ff. 1910.

Sieveking[1]) ermittelte — 16°, ebenso Wallerant[2]), U. Behn[3]) — 18° („wahrscheinlichster Wert").

Zum Schlusse möchte ich nicht unterlassen, Herrn Geheimrat Lehmann für Überlassung der Apparate und den Herren Professor Dr. Sieveking und Dr. Oettinger für zahlreiche wertvolle Ratschläge zu danken.

1) O. Lehmann, Ann. d. Phys. **21**, 181, 1906.
2) Wallerant, C. R. **142**, 217, 1906.
3) U. Behn, Proc. Roy. Soc. **80**, 444, 1908.

Physik. Institut der Techn. Hochschule Karlsruhe.

(Eingegangen am 22. Juni 1911.)

Hohe Funkenfrequenz in der drahtlosen Telegraphie.
(High Spark Frequency in Radiotelegraphy.)

Von L. W. Austin.

Im Jahre 1908 habe ich eine Arbeit[1]) über die Vorteile hoher Funkenfrequenzen in der drahtlosen Telegraphie in solchen Fällen veröffentlicht, wo integrierende Detektoren verwendet werden[2]). In dieser Arbeit habe ich in erster Linie auf die große Steigerung der Telephonempfindlichkeit mit steigender Frequenz aufmerksam gemacht, in zweiter Linie auf den Vorteil, den man erzielen kann, wenn man die Energie der Senderstation auf eine große Anzahl von Funken verteilt, statt sie auf einige wenige zu konzentrieren. Seither sind in der drahtlosen Telegraphie Funkenfrequenzen von annähernd tausend in der Sekunde zur allgemeinen Anwendung gelangt[3]), aber die erwartete Zunahme der Empfindlichkeit des Telephons bei diesen Frequenzen ist nicht erzielt worden. Dies wird durch die Tabelle I veranschaulicht. Diese Tabelle enthält zum Vergleich nebeneinander die an einem Zinkitgleichrichter[4]) mit Galvanometer gemessene empfangene Energie und die mit demselben Gleichrichter nach der Methode des Telephons im Nebenschluß gemessene Hörbarkeit. Die Messungen wurden im Bureau of Standards ausgeführt. Aus dieser Tabelle ersieht man, daß die Empfindlichkeit des Telephons für Stationen von sechzig Touren

1) Bull. Bur. of Stand. **5**, 153, 1908.
2) Versuche haben gezeigt, daß die elektrolytischen und die Mehrzahl der gleichrichtenden Detektoren von der Amplitude unabhängig sind und nur von der Energie abhängen.
3) Herr Professor R. A. Fessenden war bereits mit Versuchen bei hohen Funkenfrequenzen beschäftigt, als ich meine Arbeit niederschrieb.
4) Bull. Bur. of Stand. **7**, 295, 1911.

Tabelle I.

Stationen	Tourenzahl d. Generators	Natur des Funkens	Entfernung in Seemeilen	Wellenlänge in Metern	Galvanometerausschlag D mm	Hörbarkeit im Telephon	Ausschlag / Hörbarkeit
Schiff „Salem" . .	500	Fessenden rotierend	190	1000	100	77	1,30
Philadelphia Radio-Station	500	Gedämpft (Stoßerregung)	100	2000	220	150	1,45
New York Radio-Station	500	Gedämpft Alter Typus	190	2200	20	18	1,10
Wilmington . . .	60	feststehend	80	600	65	32	2,00
Baltimore	60	„	35	630	130	150	0,90
Annapolis	60	„	25	600	70	93	0,80
Schiff „Delaware" .	500	Gedämpft (Stoßerregung)	—	1000	7	14	0,50

und für solche von fünfhundert Touren annähernd dieselbe ist.

Daß es hier nicht gelungen ist, die erhöhte Empfindlichkeit bei hohen Frequenzen zu erreichen, erscheint merkwürdig, denn für Sinuswellen zum mindesten hat eine Anzahl von Beobachtern unabhängig voneinander die erhöhte Empfindlichkeit nachgewiesen[1]).

Wir können indessen aus den Angaben der Tabelle I feststellen, wie groß die tatsächliche Stromempfindlichkeit des Telephons unter den bei der drahtlosen Telegraphie herrschenden Verhältnissen ist. Wir wollen als rohen Durchschnittswert annehmen, daß ein Millimeter Ausschlag im Galvanometer dem am schwächsten hörbaren Ton im Telephon entspreche. Die benutzte Empfindlichkeit des Galvanometers betrug $1{,}3 \cdot 10^{-9}$ Ampere per Millimeter. Bei der bereits erwähnten Arbeit mit Sinuswellen hatten die damals benutzten Telephone eine Empfindlichkeit von $3 \cdot 10^{-10}$ Ampere bei neunhundert Touren und von $3 \cdot 10^{-7}$ Ampere bei hundertundzwanzig Touren. Diese Versuche wurden in einem vollkommen ruhigen Raume angestellt, und die Erfahrung hat gelehrt, daß die Stromstärke, die erforderlich ist, um die Punkte von den Strichen zu unterscheiden, unter gewöhnlichen Verhältnissen im Laboratorium rund fünfmal so groß ist. Wir können daher die normale Empfindlichkeit dieser Telephone für Empfängerzwecke zu $1{,}5 \cdot 10^{-9}$ Ampere bei neunhundert Touren und zu $1{,}5 \cdot 10^{-6}$ Ampere bei hundertundzwanzig Touren annehmen. Wie man sieht, entspricht die Empfindlichkeit, die bei den empfangenen Signalen sowohl bei hoher als bei niedriger Funkenfrequenz in Tabelle I beobachtet worden ist, eng dem Werte, der mit den bei den Sinuswellenversuchen benutzten Telephonen bei neunhundert Touren erhalten wurde, und diese Empfindlichkeit ist ungefähr tausendmal größer als der mit Sinuswellen bei hundertundzwanzig Touren erhaltene Wert. Hierdurch scheint bündig erwiesen zu sein, daß man den höheren Empfindlichkeitsgrad mit praktisch allen Transformatorfunken der gewöhnlich verwendeten Typen erhält[1]). Das ließe sich verständlich entweder durch die Annahme erklären, daß die Funken in Apparaten von geringer Frequenz stets mehrfach sind und somit mehr oder minder regelmäßige höhere Töne erzeugen, die sich durch gesteigerte Telephonempfindlichkeit bemerkbar machen; oder durch die Annahme, daß die kurzen scharfen Stöße, denen die Membran bei Funkenentladungen ausgesetzt ist, die Membran wirksamer bewegen als Sinuswellen. Diese Impulse dauern bei tausend Funken in der Sekunde und bei einer Wellenlänge von tausend Metern mit zwanzig Wellen im Wellenzuge ungefähr den siebzehnten Teil des Zeitraumes zwischen ihnen, wenn wir berücksichtigen, daß die Dauer der Energie im Empfängerkreise in keiner Weise verlängert wird.

Was den zweiten Vorteil der hohen Funkenfrequenz betrifft, nämlich die Verteilung der Energie über eine große Anzahl von Funken statt einer Konzentration auf wenige, so hat die Erfahrung seinen Wert reichlich erwiesen. Ich habe weiter unten in Tabellenform (Tabelle II und III) die Beziehung zwischen Funkenfrequenz, Energie, Antennenkapazität und Stromstärke für einige allgemein gebräuchliche Funkenfrequenzen angegeben.

Hunderttausend Volt wird als der Höchstwert angesehen, den man unter irgendwelchen Verhältnissen mit Vorteil bei einer Antenne anwenden kann. Wenn nicht außergewöhnliche Vorsichtsmaßregeln für eine gute Isolierung angewandt werden, scheint mir etwa fünfzigtausend Volt der ratsamste Grenzwert zu sein.

1) Lord Rayleigh, Phil. Mag (5) **38**, 294, 1894; M. Wien, Ann. d. Phys. (4) **4**, 450, 1901; L. W. Austin, a. a. O.

1) Möglicherweise würde sich bei Funken, die von Induktoren mit langsamen Unterbrechern erzeugt werden, oder bei den wenig frequenten Funken, wie sie gewisse Formen von Resonanztransformatoren liefern, eine verminderte Telephonempfindlichkeit zeigen.

Tabelle II.

Kapazität der Antenne per Kilowatt der Antennenenergie (Stoßerregung).

Maximales Antennenpotential Volt	1000 Funken per Sekunde Mikrofarad per Kilowatt	120 Funken per Sekunde Mikrofarad per Kilowatt
50 000	0,0008	0,0067
71 000	0,0004	0,0034
100 000	0,0002	0,0017

Tabelle III.

Energie in der Antenne von 0,001 Mikrofarad Kapazität bei 50,000 Volt Höchstpotential.

Funken per Sekunde	Kilowatt	Antennenstrom[1])
120	0,15	5,0 Amp.
240	0.30	7.1 „
500	0,625	10,2 „
1000	1,25	14,3 „

1) Der Antennenwiderstand ist zu 6 Ohm angenommen.

U. S. Naval Wireless Telegraphic Laboratory, Washington, im Juni 1911.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

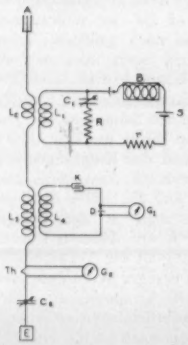
(Eingegangen 11. Juli 1911.)

Die Messung elektrischer Schwingungen in der Empfangsantenne. (The Measurement of Electrical Oscillations in the Receiving Antenna).

Von L. W. Austin.

In einer anderen Veröffentlichung[1]) habe ich dargetan, daß der Perikon-Detektor durch Vergleichung mit einem Thermoelement in einem Stromkreise geeicht werden kann, mit dem er gekoppelt ist. Wenn das Thermoelement geeicht ist, so daß man den Zahlenwert der oszillierenden Ströme im zweiten Stromkreise kennt, so kann man bei den gegebenen Frequenz- und Koppelungsverhältnissen den Perikondetektor zur quantitativen Messung sehr kleiner Ströme in dem Stromkreise benutzen, mit dem er gekoppelt ist. Dieses Verfahren ist zum Gebrauch bei der Bestimmung des Zahlenwertes der Ströme in einer Antenne für drahtlose Telegraphie während des Empfanges von Signalen entwickelt worden.

Die Figur zeigt die im hiesigen Laboratorium zu diesem Zwecke angewandte Schaltung. Hier ist AE der Antennenkreis mit den Induktanzen L_2 und L_3 zur Abstimmung und Koppelung. Unterhalb der Induktanz L_3 befindet sich ein Tellur-Konstantan-Thermoelement[1]) von 15 Ohm Widerstand, das an ein Galvanometer G_2 von 8 Ohm Widerstand angeschlossen ist, welches seinerseits einen Ausschlag von 1 mm für $1{,}8\times10^{-8}$ Ampere liefert. Zwischen das Thermoelement und die Erde kann ein variabler Luftkondensator C_3 von 0,001 Mikrofarad Kapazität zum Zwecke der Abstimmung eingeschaltet werden, wenn die aufgenommenen Signale sehr kurze Wellenlänge haben. Der Detektorkreis besteht aus einer Induktanz L_4, einem Bremskondensator K von 0,04 Mikrofarad Kapazität und dem Perikondetektor D mit dessen Galvanometer G von 2000 Ohm Widerstand und



einer Empfindlichkeit von $1{,}28\times10^{-9}$ Ampere für 1 mm Ausschlag auf der Skala.

Ehe man mit den Messungen beginnt, muß man zunächst das Thermoelement mit Hochfrequenzströmen eichen, und zwar durch Vergleichung mit einem empfindlichen Hitzdrahtamperemeter durch Ablesung mittels Spiegels und Skala[2]). Der Widerstand des bei diesem Versuch benutzten Amperemeters beträgt 15 Ohm, und 1 Milliampere liefert bei 1 Meter Skalenabstand einen merklichen Ausschlag. Wenn die Kreise in der Weise geschaltet sind, wie es die Figur zeigt, so ist die Antenne auf die einfallenden Signale abgestimmt, die für Meßzwecke am besten lange Striche sein sollten, und die Koppelung zwischen L_3 und L_4 ist dann so eingestellt, daß das mit dem Perikondetektor verbundene Galvanometer den größten Ausschlag

1) Bull. Bur. of Stand. **6**, 530, 1910.

1) Bull. Bur. of Stand. **7**, 301, 1911.
2) Electr. World **49**, 308, 1907.

gibt[1]). Wenn die Signale aufgehört haben, wird der Summerkreis L_1C_1 auf Resonanz mit dem Antennenkreise eingestellt und eben eng genug mit ihm gekoppelt, daß ein ablesbarer Ausschlag des Thermoelement-Galvanometers erzeugt wird, während an dem mit dem Perikondetektor verbundenen Galvanometer ein großer Ausschlag hervorgerufen wird. Das Verhältnis zwischen diesen Ausschlägen setzt uns ohne weiteres in den Stand, zu berechnen, wie viele Mikroampere bei irgendeinem gegebenen Galvanometerausschlage in der Antenne fließen, wenn wir annehmen, daß die Ausschläge dem Quadrate der Stromstärke proportional sind. Wir können mit Sicherheit den Fehler in dieser Annahme als kleiner ansehen als die Beobachtungsfehler infolge der Schwankungen in den auftreffenden Signalen selbst, vorausgesetzt, daß die induktive Reaktanz des nicht abgestimmten Kreises kleiner gehalten wird als der Widerstand des Detektors[2]). Eine noch größere Genauigkeit kann man erlangen, wenn man den zum Vergleich zwischen Thermoelement und Perikondetektor benutzten Erregerkreis auf dasselbe Dekrement einstellt wie die Sendestation. Das kann man leicht in der Weise machen, daß man die Antenne während des Empfanges der Signale so verstimmt, daß die Ausschläge des Perikon-Galvanometers auf die Hälfte herabgesetzt werden. Dann führt man in den Erregerkreis einen Widerstand R aus dünnem Draht ein, bis dieselbe Änderung an der Abstimmung der Antenne die von dem Erreger hervorgerufenen Ausschläge auf die Hälfte herabmindert. Dann vertritt der Erregerkreis die Sendestation vollkommen. Dieses Verfahren gestattet auch, den Zahlenwert des Dekrements der auftreffenden Wellen unmittelbar zu bestimmen. Tatsächlich werden die Fehler in der Strommessung, die infolge von Verschiedenheiten zwischen der Dämpfung des Erregers und jener der Sendestation entstehen, klein sein, wenn das Dekrement des Erregers irgendwo zwischen 0,15 und 0,3 liegt, denn die Änderung des Verhältnisses zwischen den Strömen im Antennenkreise und im nicht abgestimmten Detektorkreise hängt sehr wenig von der Dämpfung des Senderkreises ab, sofern diese nicht äußerst klein ist.

Wenn der effektive Widerstand des Empfängerkreises im ganzen bekannt ist, so kann man die empfangene Energiemenge berechnen und erhält somit eine Gelegenheit, das Verhältnis zwischen ausgestrahlter und empfangener Energie unter verschiedenen Verhältnissen und für verschiedene Entfernungen experimentell zu bestimmen.

Das Galvanometer in Verbindung mit dem Perikondetektor ist beträchtlich empfindlicher als jedes Telephon; für lange Striche gibt es ungefähr 3 mm Ausschlag bei den schwächsten Signalen, die in den besten Telephonen im Laboratorium hörbar sind. Dadurch wird es möglich, an allen Signalen, die mit den gewöhnlichen Empfangsapparaten wahrnehmbar sind, mit ziemlicher Genauigkeit Messungen vorzunehmen[3]).

Was die Genauigkeit des Verfahrens angeht, so muß natürlich zugegeben werden, daß sie von zwei Extrapolationseichungen abhängig ist; sorgfältige Messungen zeigen aber, daß die Proportionalität zwischen dem Galvanometerausschlag und dem Quadrat der Stromstärke sowohl für den Fall des Thermoelements als auch für den Fall des Perikondetektors für den vorliegenden Zweck durchaus hinreichend ist.

In der nachstehenden Tabelle sind die Ergebnisse einer Anzahl von Messungen an

Sendestation	Verzeichnete Leistung in Kilowatt	Wellenlänge in m	Ungefähre Entfernung in engl. Meilen	Ausschlag des Perikon-Detektors in mm	Verhältnis Perikon Thermoelement	Empfangene Stromstärke in Amp. 10^{-6}	Effektiver Empfangswiderstand in Ohm	Empfangene Energie in Watt 10^{-8}
Philadelphia (Werft) . .	3	750	100	32	457	56,3	25	8
Brant Rock	60	3750	350	330	1280	108	80	93,5
U. S. S. „Salem" (in New York)	10	1000	185	100	540	91	38	31,5
U. S. S. „Birmingham" (auf See)	10	1000	300	115	540	93,3	38	36,5
Washington (Werft) . .	2	900	6	Direkt am Thermoelement abgelesen		1400	25	4900

1 mm am Thermoelement-Galvanometer = $213 \cdot 10^{-6}$ Ampere Antennenstrom.

1) Die Koppelung ist gerade lose genug gemacht, daß der Ausschlag zu sinken beginnt.
2) Zenneck, Leitfaden der drahtlosen Telegraphie, S. 78.
3) Messungen an schwachen Signalen lassen sich natürlich nur machen, wenn keine atmosphärischen Störungen vorhanden sind.

Signalen wiedergegeben, die von verschiedenen Stationen aus empfangen wurden[1]).

Die Tabelle erklärt sich selbst. Die höhere Absorption auf dem Lande zeigt sich deutlich in den Fällen der „Salem" und der „Birmingham". Bei derselben Leistung und annähernd derselben ausgestrahlten Energiemenge ergab die „Birmingham" an der Empfangsstation in 300 Meilen Entfernung mehr Energie als die „Salem" in 185 Meilen, da der Weg für die Strahlung der „Salem" ganz über Land führte, während der Weg für die Strahlung der „Birmingham" zu mehr als zwei Dritteln über See ging.

Die von der „Birmingham" ausgestrahlte Energie läßt sich folgendermaßen berechnen: Die Höhe der Antenne mit flachem Kopf betrug annähernd 40 Meter und die Wellenlänge 1000 Meter. Nach der Formel für die Hertzsche Strahlung ist:

$$R = 1600 \frac{h^2}{\lambda^2} = 2{,}57 \text{ Ohm.}$$

Die Stromstärke des Antennenstromes betrug 33 Ampere.

Die ausgestrahlte Energie betrug:

$$E = 33^2 \times 2{,}57 = 2{,}8 \cdot 10^3 \text{ Watt.}$$

Das Verhältnis zwischen empfangener und ausgestrahlter Energie war

$$\eta = \frac{36{,}5 \cdot 10^{-8}}{2{,}8 \cdot 10^3} = 1{,}30 \cdot 10^{-10}.$$

Bei stärkeren Signalen kann man natürlich die empfangene Energie direkt am Thermoelement in der Antenne messen, indem man den Perikonkreis entfernt oder so lose koppelt, daß keine merkliche Energie aufgenommen wird. Mittels der letztgenannten Anordnung kann man mit Hilfe eines an den Perikondetektor angeschlossenen Telephons aufpassen, daß keine Störung seitens der Station oder anderweitig eintritt und die Messungen beeinflußt.

Nach diesem Verfahren wurden von der Station auf der Werft zu Washington, in 6 Meilen Entfernung, die folgenden Ergebnisse gewonnen:

Empfangene Stromstärke im Bureau of Standards: $J = 1{,}4 \cdot 10^{-3}$ Ampere.

Hochfrequenzwiderstand der Empfangsantenne: $R = 25$ Ohm.

Empfangene Energie: $E = J^2 R = 4{,}9 \cdot 10^{-5}$ Watt.

Die zu 2 Kilowatt angegebene Werftstation hat eine Wellenlänge von 900 m und ihre Antenne mit flachem Ende eine Höhe von 55 m. Nach der Strahlungsformel ist $R = 5{,}92$ Ohm. Die Stromstärke in der Antenne betrug während des Versuchs 13 Ampere. Folglich war die ausgestrahlte Energie:

$$E = 1 \cdot 10^3 \text{ Watt.}$$

Das Verhältnis der empfangenen Energie zur ausgesandten war:

$$\eta = \frac{4{,}9 \cdot 10^{-5}}{1 \cdot 10^3} = 4{,}9 \cdot 10^{-8}.$$

Dieses Verhältnis ist in Anbetracht der kurzen Entfernung sehr klein und ist durch den Umstand zu erklären, daß die Bahnen der Wellen praktisch längs ihres ganzen Weges über der Stadt Washington lagen.

1) Alle Messungen wurden bei Tage vorgenommen.

1) Siehe Rüdenburg, Ann. d. Phys. (4) **25**, 446, 1908.

U. S. Naval Wireless Telegraphic Laboratory.

(Nach Bull. Bur. of Stand. **7**, 295—299, 1911 aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 20. Oktober 1911.)

Einige Demonstrationsversuche.

Von O. Lummer und E. Waetzmann.

1. Stromlinien und Unstetigkeitsflächen. Zur Demonstration der Diskontinuitätsfläche und der Wirbel im Totwasser, welche auftreten, wenn ein Luftstrom in breiter Front ziemlich senkrecht gegen eine begrenzte Wand fließt (Schutzwand für den Kraftwagenführer, auf Schiffsbrücken usw.), dient das in Fig. 1

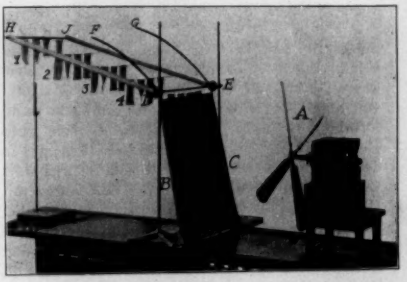


Fig. 1.

skizzierte Modell. Der Luftstrom wird von dem Ventilator *A* geliefert, strömt gegen die Wand *BC* und bildet die Unstetigkeitsfläche *DEFG*, unterhalb deren sich kräftige Wirbel ausbilden. Dreht man den Rahmen *DEIH* mit seinen Fähnchen um *DE* als Achse allmählich von unten nach oben, so treten zuerst die Fähnchen 1 in den lebendigen Strom und werden von ihm nach vorwärts mitgenommen,

während die Fähnchen 2 durch die Wirbel im Totwasser nach rückwärts bewegt werden und die übrigen Fähnchen noch in Ruhe sind. Beim weiteren Heben des Rahmens gelangen auch die letzteren in die Wirbelregion und schließlich in den lebendigen Strom. Je größer die Geschwindigkeit des Luftstromes ist, um so größer ist der Bereich des Totwassers.

Die Stromlinien und Unstetigkeitsflächen, die sich beim Strömen von Luft gegen verschiedenartig gestaltete Körper ausbilden, können mit Hilfe der in Fig. 2 skizzierten Anord-

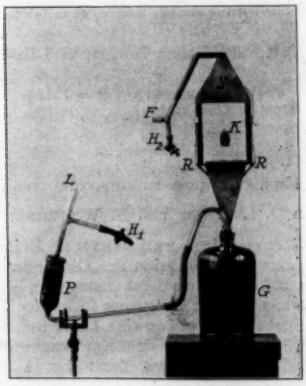


Fig. 2.

nung projektivisch demonstriert werden. Gegen den zwischen zwei seitlich abgeschlossenen Glasplatten befindlichen Körper K strömt von unten durch eine große Anzahl von spaltförmigen Öffnungen rauchgeschwängerte Luft. Damit die Richtung der Rauchfäden gegen den Körper während der Projektion geändert werden kann, kann der Körper von außen mit Hilfe eines durch die Glasplatten gehenden Drahtstiftes gedreht werden. Als Rauchquelle dient die Tabakspfeife P, welche durch den Luftstrom L einer Wasserstrahldruckpumpe in Brand gehalten wird. Der Rauch wird unter geringem Druck in das Gefäß G und von dort nach dem Spaltrohr RR getrieben. Aus dem Schornstein S wird der Rauch bei F mit Hilfe derselben Wasserstrahlpumpe ganz langsam abgesaugt. Zur bequemen Regulierung der Drucke sind bei H_1 und H_2 Gummischläuche mit Quetschhähnen angebracht.

Die Fig. 3—8 sind die Photographien der Stromlinienbilder bei verschieden gestalteten und geneigten Körpern. In Fig. 3 hat der Körper Fischgestalt, die Stromlinien schmiegen sich ihm gut an. In Fig. 4 ist der Schwanz abgeschnitten; es bildet sich Totwasser mit Wirbeln aus. Fig. 5 wird erhalten, indem der Raum zwischen den Glasplatten zunächst mit Rauch gefüllt wird und dann scharf hindurchgeblasen wird; die Figur zeigt, welche Gestalt der Körper haben müßte, um ein Stromlinienkörper

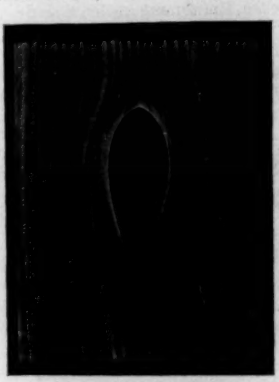


Fig. 3.

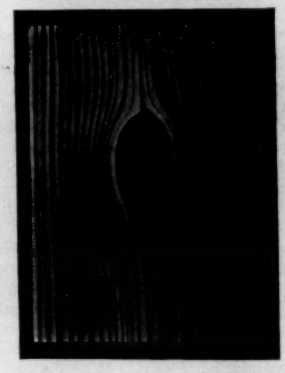


Fig. 4.

zu sein. Fig. 6 zeigt die Stromlinien und Unstetigkeitsflächen an einer ebenen, senkrecht zur Stromrichtung stehenden Wand, Fig. 7 an einer schräg zur Stromrichtung stehenden Wand, Fig. 8 an einem schräg gestellten Fischkörper[1]).

1) Die begrenzenden Wände beeinflussen natürlich Art und Form der Stromlinien und namentlich des Totwassers.

2. Zunahme des hydrostatischen Druckes von oben nach unten. Der in Fig. 9 skizzierte Apparat besteht bis auf das Metallrohr M_1M_2, in dessen unterem Ende sich seitlich ein schmaler Schlitz befindet, aus Glas. Der U-förmig gebogene Teil ist bis zur Höhe H_1H_2 mit Quecksilber gefüllt. Bei E wird

Fig. 5.

Fig. 6.

Gas zugeführt, das, durch den Schlitz bei M_2 strömend, bei F austritt und eine 20—30 cm hohe Flamme gibt. Wird der untere Teil des Apparates jetzt allmählich in ein mit Flüssigkeit gefülltes Gefäß getaucht, so steigt das Quecksilber bei H_2 und schließt mit wachsender Höhe der auf H_1 drückenden Flüssigkeitssäule den Schlitz bei M_2 mehr und mehr ab; die Flamme wird kleiner und kleiner und zeigt so die Druckzunahme nach unten an.

3. Zur Demonstration der elektrischen Wellen in der Seibtschen Spule wird derselben an Stelle des üblichen Drahts ein langes Glasrohr mit zwei eingeschmolzenen parallelen Drähten gegenüber gestellt. Das Glasrohr liegt an einer Luftpumpe und zeigt bei hinreichend geringem Druck derartig

Fig. 7.

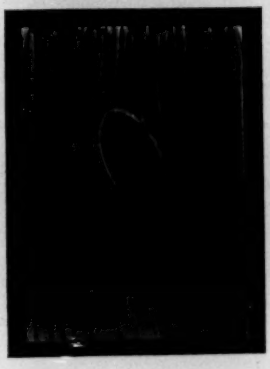


Fig. 8.

intensives Leuchten, daß die Wellenlängen (Potentialunterschiede) auch auf große Entfernungen vorzüglich zu beobachten sind. Gegenüber den Stellen, an welchen die Seibtsche Spule dunkel ist, erstrahlt das Rohr in intensivem rotem Licht, während die Wellenbäuche intensiv blau gefärbt sind.

4. Phasendifferenz bei erzwungenen Schwingungen. Der Frahmsche Schlingertank. H. Frahm hat die Rollbewegung

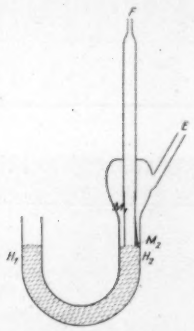


Fig. 9.

von Schiffen im Wellengange dadurch reduziert, daß er in das Schiff ein schwingendes System (Wassertank) einbaut, dessen Schwingungsdauer gleich der des Schiffes ist. Man hat es hierbei also mit drei schwingenden Systemen zu tun, den Wasserwellen, dem Schiff und dem Wasser im Tank.

Ein praktisch ungedämpft schwingendes Pendel, z. B. ein Uhrpendel (System I), ist durch eine Gummischnur mit einem zweiten Pendel (Fig. 10) gekoppelt, das aus einem teilweise

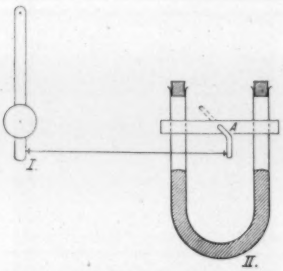


Fig. 10.

mit Wasser gefüllten U-förmigen Glasrohr besteht, dessen Enden durch Korke verschlossen sind (System II). Das U-Rohr wird durch zwei schmale Holzleisten gehalten, durch deren Mitte bei A eine Achse geht, deren Enden auf einem passenden Gestell aufliegen. Somit kann das U-Rohr Schwingungen in der Zeichenebene um A als Achse ausführen. Dabei führt das Wasser in dem U-Rohr für sich genommen keine Schwingungen aus, solange die Schenkel verschlossen sind. Das eine Ende der Achse ist senkrecht zur Achsenrichtung umgebogen; hier ist der Gummifaden angebunden, dessen zweites Ende an dem ebenfalls in der Zeichenebene schwingenden Pendel I befestigt ist.

Die Dimensionen des U-Rohres und die Wassermenge werden so gewählt, daß die Schwingungsdauer der Wassermenge für sich genommen (System III), die bei offenen Schenkeln bestimmt wird, gleich der des Systems II (U-Rohr + Wasser bei geschlossenen Schenkeln) ist. Es muß also zunächst die Schwingungsdauer des U-Rohres + einer kleinen Wassermenge bei geschlossenen Schenkeln größer sein als die Schwingungsdauer dieser kleinen Wassermenge für sich. Wird jetzt allmählich Wasser zugefüllt, so nimmt die Schwingungsdauer des Systems II ab, während die des Systems III wächst; sie nähern sich also gegenseitig mehr und mehr und können einander gleich gemacht werden. Die Schwingungsdauer des Pendels I ist die gleiche wie die der Systeme II und III.

Lösen wir zunächst die Koppelung zwischen I und II und versetzen das U-Rohr bei offenen Schenkeln in Schwingungen, so wandert die Energie in bekannter Weise zwischen den beiden gekoppelten Systemen U-Rohr + Wasser und Wasser für sich genommen hin und her; die Wassersäule führt innerhalb des Rohrs die größten Schwingungen aus, wenn das U-Rohr die kleinsten Schwingungen hat, und umgekehrt.

Wird bei geschlossenen Schenkeln II mit I durch den Gummifaden gekoppelt, so kommt II zum Mitschwingen, aber mit einer Phasendifferenz gegenüber I. In unserem Falle der angenäherten Resonanz ist das Mitschwingen von II sehr stark, und die Phasendifferenz beträgt angenähert $\frac{\pi}{2}$; und zwar ist die Schwingung von II um diesen Betrag gegenüber der Schwingung von I verzögert.

Werden jetzt die Schenkel geöffnet, so sucht II das System III ebenfalls in Resonanzschwingungen zu versetzen, die wiederum eine Phasendifferenz von $\frac{\pi}{2}$ gegen II aufweisen würden. System III wirkt wegen der starken Koppelung dann rückwärts auf II, so daß jetzt II unter dem Einfluß zweier Kräfte I und III steht, die eine Phasendifferenz π gegeneinander besitzen. Der Erfolg ist der, daß die bei geschlossenen Schenkeln sehr starken Schwingungen des U-Rohres vollkommen aufhören, sobald die Schenkel geöffnet werden.

5. Klangkurven. Im „Auxetophon" wird die Klangwiedergabe auf folgende Weise be-

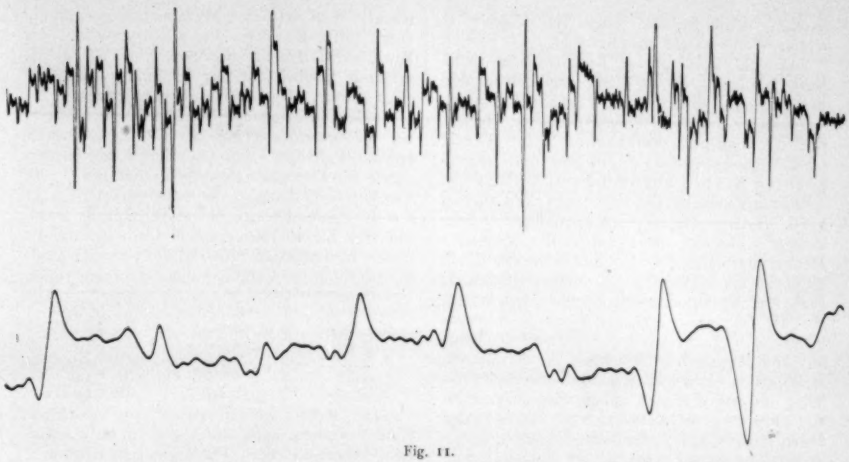


Fig. 11.

wirkt: Statt der üblichen Membran des Grammophons wird durch den Wiedergabestift ein Metallgitter in Schwingungen versetzt, das sich vor den spaltförmigen Öffnungen der festen Wand der Schallkapsel befindet. Durch die Schallkapsel strömt von der Seite der festen Gitterwand her ein konstanter Luftstrom unter etwa $^1/_7$ Atmosphäre Überdruck. Dieser Luftstrom wird synchron mit den Schwingungen des durch den Wiedergabestift bewegten Gitters abgeschnitten oder durchgelassen. Auf diese Weise erhält man in den Klangwellen sehr starke Druckschwankungen. Setzt man also an das Schallableitungsrohr hinter dem beweglichen Gitter ein Seitenrohr an, das in eine Membrankapsel mündet, so führt die Membran äußerst starke Schwingungen aus. Dieselben werden vermittels eines aufgesetzten kleinen Spiegels, Lichtzeigers und rotierenden Spiegels in der bekannten Weise auf einen möglichst langen Schirm projiziert.

Mit der beschriebenen Versuchsanordnung erhält man derartig große Amplituden der Klangkurven, daß sie auch in großen Auditorien in allen ihren Feinheiten beobachtet werden können. In Fig. 11 sind zwei Proben der erhaltenen Klangkurven gegeben. Das Auxetophon wurde uns von der „Deutschen Grammophon-Aktiengesellschaft" in Berlin freundlichst zur Verfügung gestellt.

Da sich jedes Grammophon durch Verwendung einer Auxetophonkapsel leicht in ein Auxetophon umwandeln läßt, dürfte in vielen Instituten die Ausführung des Versuches möglich sein. Durch Auswechseln der Klangplatten lassen sich die Klangfarben der verschiedenen Instrumente sehr bequem und recht genau demonstrieren. Es sind z. B. bei Singstimmen die einzelnen Typen der Vokalkurven deutlich zu erkennen.

Breslau, Physikalisches Institut, Oktober 1911.

(Eingegangen 8. Oktober 1911.)

Bemerkung zu der Abhandlung von F. Streintz[1]) und A. Wellik, Über den Widerstand zwischen Metall und Kristall an ebenen Grenzflächen.

Von J. Koenigsberger, O. Reichenheim und K. Schilling.

F. Streintz und A. Wellik kommen in der oben erwähnten Abhandlung zu dem Schluß, daß der Übergangswiderstand zwischen festem Metall und Kristall ein wechselnder sei und nicht erlaube, den spez. elektrischen Widerstand eines Kristalles zu bestimmen.

Zunächst ist dazu zu bemerken, daß nach den metallographischen Untersuchungen der letzten Jahrzehnte die Metalle gerade so im kristallisierten festen Zustande sich befinden wie die Mineralien. Gold, Wismut, Silizium können auch künstlich nur in Kristallaggregaten erhalten werden; ein prinzipieller Unterschied zwischen dem Übergangswiderstand von Kupfer zu einem

1) Diese Zeitschr. **12**, 845, 1911.

großen Wismutkristall oder von Kupfer zu einem Wismutdraht besteht nicht.

Da die Verf. unsere Beobachtungen kritisieren, müssen wir auf ihre und unsere diesbezüglichen Versuche und Schlußfolgerungen etwas näher eingehen. Wir wollen einerseits zeigen, daß die von uns gemessenen Widerstände und Widerstandsänderungen den untersuchten Stäben zukommen und nicht auf Übergangswiderstände zurückzuführen sind. Andererseits möchten wir darlegen, woran unseres Erachtens die Versuche der genannten Herren die wahren Widerstände der von ihnen untersuchten Materialien zu messen gescheitert sind, und warum sie somit über Schwierigkeiten, die wir bei unseren Vorversuchen überwunden haben, nicht herauskamen. Die Frage erscheint uns von allgemeinem Interesse, da die Gesetzmäßigkeiten im elektrischen Verhalten der Halbleiter, die wir gefunden haben, eine große Zahl von Elementen und vermutlich die Mehrzahl der festen chemischen Verbindungen umfaßt.

§ 1. Zunächst möchten wir an einigen Beispielen zeigen, daß wir nach verschiedenen Methoden der Widerstandsmessung und der Kontaktherstellung innerhalb der Fehlergrenzen, die etwa 1—5 Proz., nicht aber wie bei Herrn Streintz mehrere 100 Proz. betragen, dieselben Werte erhalten haben.

Silizium α (künstlich), spez. Widerstand bei 0°
zwischen Platinplatten (weichstes Platin): $9{,}3 \cdot 10^{-2}\ \Omega$ [3]),
zwischen Goldplatten: $9{,}25 \cdot 10^{-2}\ \Omega$ [1]),
zwischen Platinplatten, auf denen weiches Nickel: $9{,}3 \cdot 10^{-2}\ \Omega$ [1]):
elektrolytisch verkupfert: $9{,}25 \cdot 10^{-2}\ \Omega$ [3]),
durch Kompensation der Potentialdifferenz an zwei Stellen, die elektrolytisch verkupfert waren, wobei der Übergangswiderstand sicher herausfällt: $w = 9{,}4 \cdot 10^{-2}\ \Omega$ [2]),
Molybdänglanz, c-Achse bei 15° spez. Widerstand,
zwischen Goldplatten: $0{,}80\ \Omega$ [3]),
mit elektrolytisch verkupferten Enden: $0{,}79\Omega$ [4]),
durch Kompensation der Potentialdifferenz: $0{,}79\Omega$ [3]).
Magnetkies, spez. Widerstand bei 19°, c-Achse,
zwischen Goldplatten: $4{,}23 \cdot 10^{-4}\ \Omega$ [1]),
durch Kompensation einer Potentialdifferenz: $4.15 \cdot 10^{-4}\ \Omega$ [3]).

Wem die Erzielung guter Kontakte an den Verbindungen der Schwermetalle Schwierigkeiten macht, dem ist die Widerstandsbestimmung durch Strommessung und Kompensation der Potentialdifferenz an zwei Stellen des Stabes anzuraten. Hierbei fällt der Übergangswiderstand ganz heraus. Uns hat, wie oben gezeigt, die Methode mit Thomsonbrücke dieselben Werte des Widerstandes gegeben, wie die Kompensation. — Ferner seien die spezifischen Widerstände für Eisenglanz desselben Fundortes (Peder Ankers Grube Langö), die seinerseits H. Bäckström[1]) gemessen hat, wobei verkupferte amalgamierte Elektroden verwandt wurden, und die später an demselben Material der eine von uns[2]) gefunden hat, zur Vergleichung zusammengestellt.

t	$W^2(B)$	$W(K)$
16°	0,705	0,702
123°	0,277	0,259
181°	0,202	0,196
244°	0,149	0,146

Man sieht, daß nicht nur die absoluten Werte, sondern auch die Temperaturabhängigkeit innerhalb der Fehlergrenzen stimmen. Neuerdings ist noch von B. Beckmann[3]) bei 0° an demselben Material der Widerstand gemessen worden. Er fand an einem Stab 0,82, Bäckström an Stab I 0,808 und an II 0,85; der eine von uns an einem andern Stab 0,87. — Ferner sind Messungen des einen von uns an Magnetkies an verschiedenen Stäben mit verschiedener Einspannung gegeben (vgl. S. 196, auch das scheint Herr Streintz übersehen zu haben). Wenn man die Kurve, auf der alle Messungen eingetragen sind, ansieht, so bemerkt man zwar kleinere Unterschiede, aber doch eine klare Übereinstimmung, die nicht auf Zufälligkeiten beruht.

Ferner hat der eine von uns[4]) durch Messung der elektrischen Leitfähigkeit den Umwandlungspunkt von Magnetkies α in β bei etwa 355° gefunden; Pierre Weiss[5]) erhielt ihn aus magnetischen Messungen bei 348°. Bei dem von uns untersuchten Magnetit ändert sich die Leitfähigkeit plötzlich bei 530°. P. Curie[6]) fand aus magnetischen Messungen den Umwandlungspunkt bei 536°; P. Weiss[7]) aus der spez. Wärme bei 585°. Der Unterschied ist wohl durch die etwas verschiedene Zusammensetzung der Magnetite verschiedener Fundorte bedingt.

1) Ann. d. Phys. **32**, 190, 1910.
2) Ann. d. Phys. **35**, 24, 1911.
3) Neue, von dem einen von uns angestellte Versuche.
4) O. Reichenheim, Inaug.-Diss. Freiburg i. B. 1906.

1) H. Bäckström, Verh. R. Akad. Vedensk. Stockholm, S. 540, 1888.
2) O. Reichenheim, Inauguraldissertation, S. 16, Freiburg i. B. 1906.
3) B. Beckmann, Inaug.-Diss. Upsala 1911.
4) K. Schilling, Inauguraldissertation, S. 30, Freiburg i. B. 1910.
5) P. Weiss, Journ. de phys. (4) **4**, 469 u. 829, 1905.
6) P. Curie, Ann. de chim. et phys. (7) **5**, 289, 1895.
7) P. Weiss, Journ. de phys. **7**, 18, 1908.

Alle diese Übereinstimmungen sind keine Zufälligkeiten, sondern zeigen, daß sich die Leitfähigkeit auch anderer Substanzen als der Schwermetalle exakt bestimmen läßt, wenn man es richtig anfängt.

§ 2. Wir wollen jetzt kurz erörtern, was unserer Ansicht nach das Mißlingen der Versuche der Herren Streintz und Wellik veranlaßt hat.

Wenn der Widerstand vieler von ihnen benutzten Materialien durch den Druck auf die Elektroden sich ständig änderte, so darf man das nur dann dem Übergangswiderstand zuschreiben, wenn der Widerstand des eingepreßten Materiales an sich verschwindend ist. Bei dem von F. Streintz und A. Wellik benutzten und, wie wir an Hand der Widerstandswerte zeigen werden, wenig brauchbarem Material war das nicht der Fall.

Wir haben einen ganz analogen Fall an einem Molybdänglanzstück (c-Achse) beobachtet[1]) und darauf aufmerksam gemacht, daß die ständige Widerstandsabnahme bei zunehmender Pressung auf die Elektroden zeigt, daß dies Stück nicht zur Untersuchung geeignet war. Da der Molybdänglanz senkrecht zur c-Achse leicht spaltet, gelang es uns, damals auch die Ursache, sehr feine Blätterdurchwachsung von isolierenden Zwischenschichten, direkt optisch festzustellen[2]).

Die unregelmäßigen Widerstände, die Herr Streintz findet, sind nämlich, abgesehen von den zu harten polierten Goldkontakten, der Inhomogenität des ihm verwandten Materials zuzuschreiben.

Es genügt nicht, Stäbe aus einem beliebigen Kristall schneiden zu lassen; das Material muß vorher eingehend auf seine Homogenität geprüft werden. Wenn wir z. B. den von F. Streintz angegebenen spez. Widerstand des Magnetkieses von Bodenmais 0,014 mit dem von uns an Magnetkies von Ouro Preto gefundenen $w = 0{,}000423$ vergleichen, so zeigt schon die Größenordnung, daß der erstere Durchwachsungen haben muß. Das ist in der Tat der Fall: der Magnetkies von Bodenmais gehört zu den „Pyrrhotines anormales“ von Pierre Weiss[1]) mit außergewöhnlichem magnetischem Verhalten. Er zeigt infolge von Durchwachsungen eine Spaltbarkeit nach der Basis, die der reine Magnetkies nicht besitzt. Der von uns untersuchte Magnetkies in der Modifikation β zeigt dagegen einen Widerstand derselben Größe wie das von Guinchant[2]) künstlich hergestellte geschmolzene FeS und ebenso wie dieses einen Minimalwert des Widerstandes bei etwa 450°.

Ganz analog liegt der Fall bei Bleiglanz, Schwefelkies usw. Wir haben betont, daß diese Substanzen, wenn sie aus Erzgängen kommen, wegen der Einschlüsse nicht brauchbar sind. Bleiglanz aus Erzgängen von Menthead in Cumberland von F. Streintz gemessen, hat spez. $w = 0{,}025$, wir fanden $w = 0{,}0026$. Wir halten es für unnötig, länger dabei zu verweilen, und wollen nur noch kurz wirkliche direkte Bestimmungen des Übergangswiderstandes und die Methoden zur Auswahl des Materials besprechen.

Es ist oft sehr mühsam, einen zur Messung geeigneten Kristall und überhaupt geeignetes homogenes Material ausfindig zu machen, sowie man nicht die wenigen im Handel leicht rein erhältlichen Schwermetalle untersucht. Es erfordert die Anwendung mineralogischer und chemischer Methoden. Wir können aber den Verf. nur teilweise beistimmen, wenn sie schreiben, daß die Bestimmung des Widerstandes eines Kristalles zu den schwierigsten Aufgaben der messenden Physik gehört. Wir wollen hier kurz die früher angegebenen Vorsichtsmaßregeln aufzählen, die man beachten muß, um brauchbare Messungen anstellen zu können.

1. Der Kontakt wird bis zu Temperaturen von 400° C am besten aus 2 mm dickem, weichstem, reinem Feingold gewählt, nicht mit Stahl poliert und gepreßt, wie es Herr Streintz verwendet. Die Goldplatten werden vor jedem Versuch ausgeglüht, damit sie wieder weich sind. Auf die Goldplatten wird Platinschwarz gebracht.

Das Gold wird einige Stunden unter Druck an den Stab gepreßt, bis es sich genau eingepaßt hat. Wenn man nach den Versuchen das Gold entfernt, so erhält man einen Negativabdruck der Stabfläche. Man kann auch, wie wir das vielfach getan haben, die Stabenden elektrolytisch verkupfern[3]) und Drähte anlöten. Man erhält dann denselben Wert des Widerstandes. Ferner werden von uns auch amalgamierte

1) O. Reichenheim, loc. cit.

2) Es sei ferner noch bemerkt, daß die an inhomogenem Material von Herrn Streintz und uns gefundene scheinbare Druckabhängigkeit des Widerstandes bei Anpressen der Elektroden nichts mit der wahren Abhängigkeit des inneren Widerstandes von allseitigem Druck zu tun hat. Die letztere wurde von B. Beckmann (loc. cit.) gemessen. Sie ist bei Eisenglanz und Pyrit β von derselben Größenordnung wie bei Metallen, kommt also bei unseren Versuchen nicht in Betracht, da man einen so starken einseitigen Druck durch Anpressen der Elektroden nicht ausüben kann. Dagegen zeigt nach den Beobachtungen von F. Montén Schwefelsilber eine so starke Druckabhängigkeit, daß entsprechende Beobachtungen an Silberglanz sich dadurch erklären würde.

1) P. Weiss, Journ. de phys. (4) **4**, 469 u. 829, 1905.

2) J. Guinchant, C. R. **134**, 1225, 1902.

3) O. Reichenheim, Inauguraldissertation, S. 16, Freiburg i. B. 1906.

Kupfer- und Bleielektroden[1]) verwandt und gaben dieselben Widerstandswerte.

2. Die zu untersuchende Substanz muß chemisch analysiert sich als rein erweisen; wir haben die von uns untersuchten Substanzen stets daraufhin geprüft.

3. Die optische Untersuchung polierter Anschliffe nach der von dem einen von uns angegebenen Methode[2]) muß zeigen, daß diese undurchsichtigen Substanzen von Durchwachsungen und Einschlüssen frei sind.

4. Die zu untersuchenden Stücke werden vorher im geschlossenen Porzellantiegel auf 200°—250° erhitzt; hierbei springen die Einschlüsse enthaltenden Kristalle. Was kompakt bleibt, ist meist schon zur Messung geeignet.

5. Das zu untersuchende Stück wird mit zwei an Drähte gelöteten Nadeln ringsum qualitativ auf den elektrischen Widerstand geprüft. Manche homogen erscheinende Kristalle weisen dann isolierende Zwischenschichten auf.

Wenn man dies beachtet, erhält man nach den verschiedensten Methoden immer den gleichen Wert des Widerstandes, ferner die Gültigkeit des Gesetzes von Ohm und Abwesenheit von Polarisation.

Um die Größe der Übergangswiderstände wirklich zu messen, muß die betreffende Substanz als möglichst dünne Platte, so daß ihr Widerstand möglichst klein ist, zwischen die Elektroden gepreßt werden. Dies haben wir für einen Eisenoxydüberzug[3]), Molybdänglanzblätter[4]), Siliziumplatten[4]) durchgeführt und gefunden, daß bei geeigneten Kontakten der Übergangswiderstand, wenn überhaupt vorhanden, kleiner als 0,05 des Plattenwiderstandes sein mußte. Er konnte also bei Untersuchung von Stäben, deren Länge 10—20mal größer als die der Platte war, keinen nennenswerten Fehler verursachen. Man kann behaupten, daß der Übergangswiderstand zwischen weichem, gut angepreßtem Feingold, oder einem elektrolytischen Kupferüberzug oder Amalgam und irgendeinem anderen Material, mag es ein Element oder eine Verbindung, glasig oder kristallisiert sein, stets beliebig klein gemacht werden kann, wenn man genau so verfährt, wie wir angegeben haben.

(Eingegangen 1. November 1911.)

1) Das nach den Herren Streintz und Wellik als einzig brauchbarer Kontakt gefundene Amalgam haben wir längst angewandt (vergl. loc. cit., S. 13); wir können Herrn Streintz den Vorwurf nicht ersparen, daß er unsere Arbeiten kritisiert, ohne dieselben genau gelesen zu haben. Über die Methode des Verkupferns stellt Herr Streintz nur theoretische Betrachtungen an, ohne diese experimentell zu prüfen. Das Verkupfern muß, wie wir gleich bemerken wollen, mit ganz kleinen Stromstärken geschehen, weil sich sonst Gasblasen zwischen Stabende und Kupfer bilden.

2) Zentralbl. f. Min. 1908 und 1909, S. 245.

3) Ann. d. Phys. **32**, 180, Anm., 1910. Auch diese Angabe hat Herr Streintz übersehen und behauptet, wir hätten nur den Übergangswiderstand zwischen Metallen untersucht.

4) Frühere, nicht publizierte, von dem einen von uns ausgeführte Messungen.

Notiz über die Halbschatteninterferometrie.

Von S. Pokrowsky.

In der in dieser Zeitschr. **12**, 620, 1911 veröffentlichten Abhandlung haben C. A. Skinner und L. B. Tuckerman jr. eine Übersicht möglicher Typen von Halbschatteninterferometern gegeben. Indem ich mich dem Urteil der geehrten Verfasser über die Sensibilität ähnlicher Interferometer anschließe, kann ich doch nicht umhin, auf folgendes hinzuweisen.

1. Für die Benutzung in Interferometern polarisierten Lichtes habe ich $^1/_4\,\lambda$- und $^1/_2\,\lambda$-Platten, als ausschließlich einfaches, billiges und infolgedessen für die Mehrzahl der Laboratorien zugängliches Mittel, und nicht polarisierende Prismen in Vorschlag gebracht[1]).

2. Der Hinweis der Verfasser, daß die gleichzeitige Benutzung im Interferometer A. A. Michelsons zweier Platten, einer Quarz- und einer $^1/_4\,\lambda$-Platte, nicht aber der letzteren allein, überflüssig sei, ist gerechtfertigt: doch habe ich diesen „Lapsus" auch selbst kürzlich bemerkt, als ich endlich die Möglichkeit erhielt, ein in unserem Laboratorium vorhandenes Machsches Interferometer in ein Interferometer von A. A. Michelson umzugestalten, welches für die von mir beabsichtigten Untersuchungen bequemer ist.

3. Ich kann mich mit der Behauptung, daß es für Interferometer meines Typus kein bequemes Verfahren gibt, das Intensitätsverhältnis der beiden Strahlen zu justieren, nicht einverstanden erklären. Das kann mit Hilfe der Kathodenzerstäubung bewerkstelligt werden, wie ich darauf schon in meinem Artikel[2]) „Über ein neues Bestimmungsverfahren der scheinbaren Diameter der Sterne mittels der elliptischen Polarisation des Lichtes" hingewiesen habe.

4. Der Umstand, daß die $^1/_4\,\lambda$- und $^1/_2\,\lambda$-Platten für eine bestimmte Wellenlänge abgepaßt werden müssen, kann keine besonderen Unbequemlichkeiten bieten. In vielen Fällen hat dieser Umstand keine Bedeutung, wie z. B. bei der Untersuchung der Einwirkung der Bewegung der Erde auf die Interferenz von Lichtstrahlen (Aufgabe der Aberration).

1) Im Sterninterferometer des zweiten Typus, dessen Beschreibung bald im Druck erscheinen soll, habe ich zur Vereinigung der Strahlen ein etwas modifiziertes polarisierendes Prisma von Glan benutzt.

2) S. Pokrowsky, Journ. Russ. Phys.-Chem. Ges. **42**, Phys. T., 280—326, 1910.

5. Da ich für den ins Auge gefaßten Zweck mich der Erscheinungen der Doppelstrahlenbrechung zu bedienen beabsichtigte, brachte ich im März 1910 genau ebensolchen Interferometer aus zwei Spaten in Vorschlag, wie es in der Folge von Cotton[1]) vorgeschlagen wurde. Es ist mir gelungen, dieses Interferometer durch die Benutzung einer besonderen $^1/_2\,\lambda$-Doppelplatte bedeutend zu vereinfachen[2]). Ein Rhomboeder isländischen Spats bildet zusammen mit der soeben erwähnten Doppelplatte den Hauptteil des Sterninterferometers, welches zur Bestimmung der scheinbaren Diameter der Sterne mit Hilfe elliptischer Polarisation des Lichtes dient und in dem obenerwähnten Artikel beschrieben worden ist.

In dem Kalkspatinterferometer verlaufen die interferierenden Strahlen nebeneinander ebenso wie im Jaminschen Apparat. Um sie voneinander zu trennen, kann man sich zweier Rhomboeder aus Glas bedienen, wie es E. Mascart[1]) in seinem Interferometer getan hat. Im allgemeinen kann die praktische Durchführung des neuen Prinzips der Halbschatteninterferometrie in jedem einzelnen Falle je nach dem beabsichtigten Zweck sehr verschieden sein.

1) A. Cotton, C. R. **152**, 131—133, 1911.
2) S. Pokrowsky, diese Zeitschr. **12**, 459—460, 1911.

1) E. Mascart, Journ. d. Physique, S. 310, 1874.

St. Petersburg, Physikalisches Laboratorium des Elektrotechnischen Instituts.

(Eingegangen 2. September 1911.)

BESPRECHUNGEN.

Otto Fischer, Zur Kinematik des Listingschen Gesetzes. (Abh. d. K. Sächs. Ges. d. Wiss.) Lex. 8. 80 S. mit 2 Tafeln und 32 Figuren im Text. Leipzig, B. G. Teubner. 1909. M. 3.40

Die Arbeit liefert einen Beitrag zur Kinematik des Listingschen Gesetzes, das sich nicht nur am Auge, sondern auch in verschiedenen Extremitätengelenken des lebenden Körpers verwirklicht findet.

Definiert man das Listingsche Gesetz dadurch, daß es eine Primärstellung geben muß, von der aus der Körper beliebig ausgedehnte Drehungen um alle durch den Drehpunkt gehenden Geraden der zu der „Längslinie" senkrechten Ebene auszuführen vermag, so lassen sich alle wichtigen Konsequenzen des Gesetzes auf ganz elementare und anschauliche Weise, ohne alle Rechnung ableiten. Dies wird ausführlich dargelegt. Zudem sind verschiedene Arten von Mechanismen beschrieben und abgebildet worden, welche die Bewegungen nach dem Listingschen Gesetz automatisch hervorrufen, indem sie den Körper für jede beliebige Richtung der Längslinie in die richtige Orientierung zwingen. Paul Heiberg.

Ed. Donath, Über den Ersatz des Schwefelwasserstoffes in der qualitativen chemischen Analyse. gr. 8. VIII u. 63 S. Leipzig, S. Hirzel. 1909. M. 2.80

R. Kremann u. K. Kaas, Anleitung zu den analytisch-chemischen Übungen für Anfänger. Zweite neubearbeitete Auflage. 8. X u. 109 S. Berlin, Gebrüder Borntträger. 1909. M. 3.—

Schon seit über fünfzig Jahre versucht man, den unangenehmen und gesundheitsschädlichen Schwefelwasserstoff durch ein geeigneteres Reaktionsmittel zu ersetzen, aber erst im Laufe der letzten Jahre sind wirkliche praktische Erfolge erzielt worden, indem der Schwefelwasserstoffgang durch die von Vortmann ausgearbeitete Natriumsulfidmethode ersetzt wurde. Diese hat sich schon in mehreren Universitätslaboratorien gut bewährt. Die Donathsche Zusammenstellung enthält die geschichtliche Darstellung der Bemühungen, einen Ersatz für Schwefelwasserstoff zu finden, und eine eingehende Beschreibung aller hierfür in Betracht kommenden Methoden. Diese gewissenhafte und unparteiische Zusammenstellung kann allen, die sich für diese Frage interessieren, warm empfohlen werden.

Unter den vielen Anleitungen zu analytisch-chemischen Übungen für Anfänger nimmt das Kremannsche Buch einen ausgezeichneten Platz ein. Es ist aus den Bedürfnissen des Laboratoriums heraus geschrieben, und durch die Erfahrungen, die bei seinem Gebrauch im Laboratorium gemacht wurden, in dieser zweiten Auflage noch wesentlich verbessert worden. In seiner Anlage lehnt es sich etwas an das bewährte Büchlein von Pechmann an, doch ist die z. T. veraltete Auffassungsweise durchweg durch eine moderne, auf Ionenlehre und Massenwirkungsgesetz basierende ersetzt worden. Wenn sich auch im einzelnen dem Referenten Fragen aufgedrängt haben, z. B. warum das komplizierte und analytisch nicht besonders wichtige Verhalten der Phosphationen schon im Anfange des Lehrganges (S. 19) behandelt wird, so ist doch das Ganze klar und übersichtlich, aus einem Guß, eine sehr erfreuliche Bereicherung unserer Lehrbuchliteratur.

Riesenfeld.

Jean Reys Abhandlungen über die Ursache der Gewichtszunahme von Zinn und Blei beim Verkalken. Deutsch herausgegeben und mit Anmerkungen versehen von Ernst Ichenhäuser und Max Speter. (Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften. No. 172.) 8. 56 S. mit zwei Abbildungen im Text. Leipzig, Wilhelm Engelmann. 1909. M. 1.20

M. W. Lomonossow, Physikalisch-chemische Abhandlungen. 1741—1752. Aus dem Lateinischen und Russischen mit Anmerkungen herausgegeben von B. N. Menschutkin und

M. Speter. (Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften. No. 178.) 8. 61 S. mit Lomonossows Bildnis und 1 Figur im Text. Leipzig, W. Engelmann. 1910. Gebunden M. 1.20

Adolf Wurtz, Abhandlung über die Glykole oder zweiatomige Alkohole und über das Äthylenoxyd als Bindeglied zwischen organischer und Mineralchemie. Aus dem Französischen übersetzt und mit Anmerkungen versehen von M. und A. Ladenburg. (Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften. No. 170.) Leipzig, Wilhelm Engelmann. 1909. M. 1.80

Die drei vorliegenden, aus drei verschiedenen Jahrhunderten stammenden Abhandlungen geben wertvolle Beiträge zur Geschichte der chemischen Forschung. In der 1630 erschienenen Abhandlung Jean Reys macht dieser zum erstenmal darauf aufmerksam, daß beim Verkalken (Oxydieren) von Metallen nicht, wie man bisher angenommen hatte, eine Gewichtsabnahme, sondern eine Gewichtszunahme stattfindet. Der grundlegende chemische Versuch rührt übrigens nicht von Rey selbst, sondern von einem Apotheker Brun aus Bergerac her, und die Schrift Reys enthält, dem Zeitcharakter entsprechend, kein weiteres experimentelles Material, sondern nur Spekulationen. Daher kommt es wohl auch, daß diese Studie, die zum Teil später erst von Lavoisier wieder ausgesprochene Gedanken schon in recht klarer Form enthält, wenig beachtet wurde und für die Fortschritte der Wissenschaft von geringer Bedeutung war.

Die hundert Jahre später (1741—1752) herausgegebenen Abhandlungen Lomonossows zeigen deutlich, wie sich die Chemie im Laufe der Jahre von philosophisch-mystischen Spekulationen zu einer mathematisch-logisch arbeitenden Wissenschaft durchgerungen hat. Aber auch in Lomonossows Abhandlungen tritt das experimentelle Material noch in den Hintergrund und die deduktive Spekulation herrscht vor.

Demgegenüber ersieht man aus den Abhandlungen von Wurtz den gewaltigen Fortschritt, den die Naturwissenschaft im Anfang des 19. Jahrhunderts gemacht hat. In diesen 1859—1862 veröffentlichten Untersuchungen wird an erster Stelle das experimentelle Material mitgeteilt und daraus werden dann die theoretischen Schlüsse in klarer Weise gezogen. Die vorliegenden Arbeiten von Wurtz besitzen deswegen für die Geschichte der Chemie eine große Bedeutung, weil durch sie der Übergang von der Typentheorie zu der noch heute herrschenden Valenztheorie vorbereitet wird. Durch die Übersetzung und Herausgabe gerade dieser Abhandlungen haben sich die Herausgeber (M. und A. Ladenburg) ein ganz besonderes Verdienst erworben.

Riesenfeld.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Erlangen Dr. Richard Baldus für Mathematik, an der Universität Göttingen Dr. Gustav Rümelin für Physik, an der Universität Neuchâtel Dr. H. Ströle für Mathematik.

Ernannt: Der a. o. Professor für pharmazeutische Chemie an der Universität Bonn Dr. Georg Frerichs zum Geschäftsführer der Chemischen Fabrik am Vorgebirge in Bonn, der Privatdozent an der Universität Leipzig Dr. Karl Drucker zum a. o. Professor für allgemeine und physikalische Chemie ebenda, der a. o. Professor an der Universität Bonn Dr. Eberhard Rimbach zum ord. Honorarprofessor der Chemie ebenda.

Neuer Lehrauftrag: Für Photographie dem Privatdozenten und Assistenten für Physik an der Technischen Hochschule Aachen Dr. Walter Steubing.

Verliehen: Dem ord. Professor der Experimentalphysik an der Universität Freiburg i. Br. Dr. Franz Himstedt der Titel und Rang als Geheimer Rat, dem Honorardozenten für Elemente der niederen Geodäsie an der Technischen Hochschule Wien Vinzenz Pollack der Titel Professor, dem Privatdozenten für Aeronautische Triebwerke an der Technischen Hochschule Berlin Major Dr.-Ing. August v. Parseval der Titel Professor.

In den Ruhestand: Der Vorstand der chemischen Abteilung des hygienischen Laboratoriums des Medizinalkollegiums in Stuttgart Regierungsrat Dr. Spindler.

Gestorben: Der Herausgeber der Zeitschrift für angewandte Mikroskopie und klinische Chemie und Begründer der (eingegangenen) Zeitschrift für Riech- und Geschmackstoffe Apotheker Georg Marpmann in Leipzig, der Elektrotechniker John C. Fuller (ehemaliger Assistent von Michael Faraday), der frühere Professor an der Ecole Supérieure de Pharmazie in Paris Dr. Henri Charles Lutz, das Mitglied der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in Berlin und Herausgeber der Zeitschrift für Instrumentenkunde Geh. Regierungsrat Professor Dr. Stephan Lindeck, der frühere ord. Professor der Thermochemie an der Universität Moskau Dr. Wladimir Louguinine in Bex (Waadt).

Gesuche.

Doktor der Philosophie,

Physiker, approbierter Lehramtskandidat f. Mathematik und Physik, Verfasser einiger wissensch. Arbeiten, **sucht** Stelle als Assistent an einer Hochschule oder in einem Fabrikslaboratorium. Bescheidene Gehaltsansprüche. Gefl. Anträge erbeten unter **S. H. 360** durch die Geschäftsstelle dieser Zeitschrift.

Angebote.

Assistent.

Promovierter Physiker, welcher bereits selbständig auf dem Gebiet der theoretischen Optik gearbeitet hat und beabsichtigt, sich für dieses Fach zu habilitieren, kann im physik. Institut der Techn. Hochschule in Karlsruhe Anstellung als II. Assistent finden.

Jüngerer Physiker

für **wissenschaftliche Laboratoriumsarbeiten** von elektrotechnischer Großfirma in Berlin **gesucht.** Eintritt möglichst sofort. Gehaltsansprüche nebst Lebenslauf erbeten unter **S. H. 359** durch die Expedition der Zeitschrift.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Friedrich Krüger in Danzig-Langfuhr. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

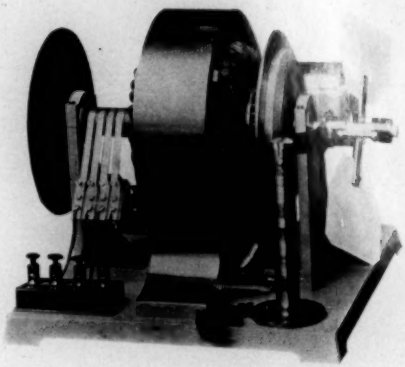


Fig. 1.

Fig. 4.

Fig. 8.

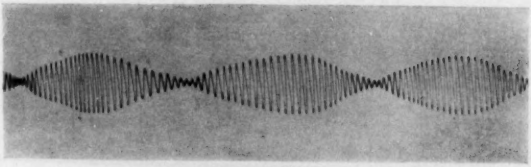


Fig. 5.

Fig. 9.

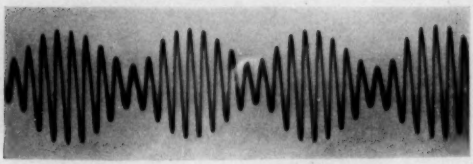


Fig. 6.

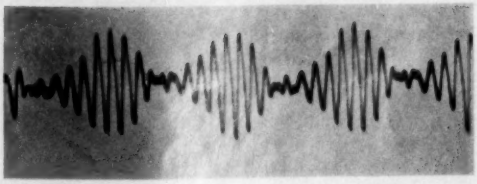
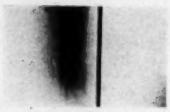


Fig. 7.

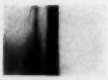
OBERLIN
COLLEGE
LIBRARY

OBERLIN
COLLEGE
LIBRARY



Aktiver Niederschlag des Radiums

Fig. 1.



Radium

Fig. 2.

OBERLIN COLLEGE LIBRARY